# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 19 MAI 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse ampliation du décret, en date du 15 mai 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Hilaire de Chardonnet**, pour occuper l'une des places de la division des *Applications de la Science à l'Industrie*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Hilaire de Chardonnet** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Lorentz** et **Volterra**, Associés étrangers, qui assistent à la séance.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la mesure des classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de déterminant donné.* Note de M. G. **Humbert**.

Cette Note fait suite à celle du précédent *Compte rendu* (1); on y étudie le cas d'un déterminant pair.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 917. Les références aux travaux d'Eisenstein et de Stephen Smith ont été données dans cette première Note.

*Erratum :* à la page 921, ligne 10, au lieu de $p^\alpha, p'^{\alpha'}, \ldots$, lire $p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$.

1. *Déterminants impairement pairs.* — On part de la formule de Smith, donnant la mesure de l'ensemble des classes ternaires, positives et proprement primitives, d'invariants $\Omega$ et $\Delta$, lorsque $\Omega$ est impair et $\Delta \equiv 2 \bmod 4$ :

$$M(\Omega, \Delta) = \frac{\Omega\Delta}{16} \prod_r \left(1 - \frac{1}{r^2}\right), \tag{11}$$

$r$ désignant tout nombre premier (impair $> 1$) divisant à la fois $\Omega$ et $\Delta$.

Par les raisonnements et calculs de la Note précédente, le *déterminant*, $\Omega^2\Delta$, étant donné égal à $2D'$, avec $D'$ impair, on trouve, pour la mesure, $\mathfrak{M}(2D')$, de l'ensemble des classes positives et proprement primitives de déterminant $2D'$, l'expression

$$\mathfrak{M}(2D') = \frac{1}{8} D' \prod_p \left[1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} - \mu_\alpha\right], \tag{12}$$

étant posé $D' = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$, le produit s'étendant aux facteurs premiers $p, p', \ldots$ de $D'$, et $\mu_\alpha$ désignant $p^{-\frac{1}{2}(\alpha+2)}$ ou $p^{-\frac{1}{2}(\alpha+1)} + p^{-\frac{1}{2}(\alpha+3)}$ selon que $\alpha$ est pair ou impair ([1]).

Les procédés de la dernière Note conduisent alors, avec les notations déjà employées, à la formule suivante :

$$8 \mathop{\mathrm{S}} \frac{1}{k} \frac{2^s}{(AA'A'' + \ldots)^s} = \sum \frac{1}{n^{s-1}} \sum \frac{1}{n^{2s-1}}. \tag{13}$$

Au premier membre, la somme $\mathrm{S}$ porte sur toutes les réduites ternaires,

$$Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Byz + 2B'zx + 2B''xy,$$

positives, *primitives ou non, mais propres* ([2]), des déterminants impairement pairs (une réduite seule par classe); $k$ est le nombre des transformations en elle-même de la réduite $Ax^2 + \ldots$; $AA'A'' + \ldots$ est le déterminant de celle-ci. Au second membre, $n$ parcourt les entiers positifs *impairs*.

---

([1]) Si l'on pose $8\mathfrak{M}(2D') = f(D')$, observons en passant qu'on a, par (12), en supposant $D'$ et $D''$ *premiers entre eux et impairs*, $f(D'D'') = f(D')f(D'')$.

([2]) C'est-à-dire que $A, A', \ldots, B''$ peuvent avoir un diviseur commun *impair*, et que $A, A', A''$ ne sont pas *pairs à la fois*.

On déduit immédiatement de (13) ce *corollaire :*

*La mesure de l'ensemble des classes ternaires, positives, primitives ou non, mais propres, de déterminant impairement pair donné,* $2D'$, *est égale à* $\frac{1}{8}\sum nn'$, *la somme* $\sum$ *s'étendant aux décompositions en facteurs* $D' = nn'^2$, *où* $n$ *et* $n'$ *sont entiers et positifs.*

2. *Introduction de la fonction* $\mu(N)$. — Nous désignerons par $\mu(N)$ la mesure de l'ensemble des classes ternaires, positives, primitives ou non, mais propres, de déterminant (positif) N; nous poserons

$$\psi(s) = \sum \frac{1}{n^s},$$

$n$ parcourant les entiers positifs *impairs;* on a évidemment, en désignant par $\zeta(s)$ la fonction numérique classique,

$$\psi(s) = \zeta(s)\left(1 - \frac{1}{2^s}\right).$$

On peut alors mettre l'équation (13) sous la forme

$$(14)\quad 8\sum \frac{\mu(2N)}{N^s} = \psi(s-1)\,\psi(2s-1) = \left(1 - \frac{1}{2^{s-1}}\right)\left(1 - \frac{1}{2^{2s-1}}\right)\zeta(s-1)\,\zeta(2s-1),$$

N, au premier membre, parcourant les nombres positifs *impairs*.

La formule finale de la Note précédente, combinée à (14), donnera de même, avec les mêmes notations,

$$(15)\quad 8\sum \frac{2\mu(2N) - 3\mu(N)}{N^s} = \psi(s)\,\psi(2s-2) = \left(1 - \frac{1}{2^s}\right)\left(1 - \frac{1}{2^{2s-2}}\right)\zeta(s)\,\zeta(2s-2),$$

ce qui fait connaître des liaisons intéressantes entre les fonctions $\mu$ et $\zeta$.

3. *Déterminants* $2^{2\nu+1}D'$. — Soit $D = 2^{2\nu+1}D'$, avec $D'$ impair. Posons toujours $D' = p^\alpha p'^{\alpha'}\ldots$; on satisfera à $\Omega^2\Delta = D$ en posant

$$\Omega = 2^\sigma p^\rho p'^{\rho'}\ldots = 2^\sigma \Omega'; \qquad \Delta = 2^{2\nu+1-2\sigma} p^{\alpha-2\rho}\ldots = 2^{2\nu+1-2\sigma}\Delta';$$

laissant $\Omega'$ et $\Delta'$ fixes, et faisons varier $\sigma$ de 0 à $\nu$.

D'après Smith, puisque 2 figure dans $\Delta$ avec un exposant *impair*, $M(\Omega, \Delta)$ sera encore donné par (11); faisant la somme des valeurs

de $M(\Omega, \Delta)$ quand $\sigma$ seul varie, on a

$$\sum M(\Omega, \Delta) = \frac{\Omega' \Delta'}{16} \prod_r \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) \cdot [2^{2\nu+1} + 2^{2\nu+1-1} + \ldots + 2^{2\nu+1-\sigma} + \ldots + 2^{\nu+1}]$$
$$= 2[2^{2\nu+1} - 2^\nu] \frac{\Omega' \Delta'}{16} \prod_r \left(1 - \frac{1}{r^2}\right),$$

c'est-à-dire, en vertu même de (11),

$$\sum M(\Omega, \Delta) = (2^{2\nu+1} - 2^\nu) M(\Omega', 2\Delta'),$$

d'où l'on conclut sans difficulté :

(16) $$\mathfrak{M}(2^{2\nu+1} D') = (2^{2\nu+1} - 2^\nu) \mathfrak{M}(2D'),$$

et, par suite,

(17) $$\mu(2^{2\nu+1} D') = (2^{2\nu+1} - 2^\nu) \mu(2D').$$

4. *Déterminants* $2^{2\nu} D'$. — Nous développerons les calculs en supposant $\nu$ impair, $\nu = 2q + 1$. Soit encore

$$\Omega = 2^\sigma p^\rho \ldots = 2^\sigma \Omega'; \qquad \Delta = 2^{4q+2-2\sigma} p^{\alpha-2\rho} \ldots = 2^{4q+2-2\sigma} \Delta'.$$

Laissons $\Omega'$ et $\Delta'$ fixes; donnons d'abord à $\sigma$ les valeurs *paires* 0, 2, ..., $2q$; alors, par Smith, quel que soit $\sigma$,

$$M(\Omega, \Delta) = \frac{\Omega\Delta}{8} \frac{2-\lambda}{4} \prod_r \left(1 - \frac{1}{r^2}\right);$$

$r$ désigne toujours tout nombre premier *impair* divisant $\Omega$ et $\Delta$; $\lambda$ est une quantité définie par Smith et qui, ici, a la même valeur que si $\Omega$ et $\Delta$ se réduisaient à $\Omega'$ et $\Delta'$.

Faisant la somme des valeurs de $M(\Omega, \Delta)$ pour $\sigma = 0, 2, \ldots, 2q$, on a

$$\sum' M(\Omega, \Delta) = 2^{2q}(2^{2q+2} - 1) \frac{\Omega' \Delta'}{8} \frac{2-\lambda}{3} \prod_r \left(1 - \frac{1}{r^2}\right);$$

d'où, en vertu de la formule de Smith marquée (1) dans notre dernière Note,

(18) $$\sum' M(\Omega, \Delta) = 2^{2q}(2^{2q+2} - 1) M(\Omega', \Delta').$$

Donnons maintenant à $\sigma$ une des valeurs *impaires* 1, 3, ..., $(2q+1)$, on a, par Smith, pour la mesure $M(\Omega, \Delta)$, la formule (11); laissant $\Omega'$ et $\Delta'$ fixes, et faisant la somme des valeurs $M(\Omega, \Delta)$ pour $\sigma = 1, 3, \ldots, (2q+1)$, on trouve

$$\sum'' M(\Omega, \Delta) = \frac{2^{2q+1}}{3}(2^{2q+2}-1)\frac{\Omega'\Delta'}{16}\prod_r\left(1-\frac{1}{r^2}\right),$$

ou, d'après (11),

$$(19) \qquad \sum'' M(\Omega, \Delta) = \frac{2^{2q}}{3}(2^{2q+2}-1)\,M(\Omega', 2\Delta').$$

Mais les formules de Smith employées jusqu'ici sont celles de la mesure d'un ordre, $(\Omega, \Delta)$, dont les classes, *proprement* primitives, ont leurs *réciproques proprement* primitives; dans le *seul* cas où $\sigma = 2q+1$, il existe des classes *proprement* primitives, d'invariants $\Omega$, $\Delta$, à réciproques *improprement* primitives; on vérifie aisément, en partant des formules de Smith, que leur mesure est

$$(20) \qquad M''' = 2^{2q}M(\Omega', \Delta') - \frac{1}{3}2^{2q}M(\Omega', 2\Delta').$$

Additionnons maintenant (18), (19), (20), faisons varier $\Omega'$, $\Delta'$ de manière que $\Omega'^2\Delta' = D'$, et ajoutons les résultats; nous trouvons évidemment la relation :

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}(2^{4q+2}D') = {} & 2^{2q}(2^{2q+2}-1)\,\mathfrak{M}(D') + \frac{2^{2q}}{3}(2^{2q+2}-1)\,\mathfrak{M}(2D')\\ & + 2^{2q}\,\mathfrak{M}(D') \qquad - \frac{2^{2q}}{3}\,\mathfrak{M}(2D');\end{aligned}$$

ou, après réductions, et $4q+2$ étant remplacé par $2\nu$,

$$(21) \qquad \mathfrak{M}(2^{2\nu}D') = 2^{2\nu}\,\mathfrak{M}(D') + \frac{2^{\nu}}{3}(2^{\nu}-1)\,\mathfrak{M}(2D').$$

Cette formule, on l'établit de même, *reste vraie pour* $\nu$ *pair*. On a donc aussi, quel que soit $\nu$,

$$(22) \qquad \mu(2^{2\nu}D') = 2^{2\nu}\mu(D') + \frac{2^{2\nu}-2^{\nu}}{3}\mu(2D'),$$

et les relations (17) et (22) donnent $\mu(D)$, quand D est pair, grâce

aux deux formules (Note précédente et Note actuelle)

$$(23)\quad 24\mu(D')=\sum(2nn'-n'^2);\qquad 8\mu(2D')=\sum nn'\qquad (D'\text{ impair}),$$

où les $\sum$ s'étendent toujours aux décompositions $D'=nn'^2$.

D'ailleurs (17) et (22) subsistent évidemment pour $\nu=0$.

5. *Formule générale.* — Considérons maintenant la somme

$$\mathrm{S}\frac{\mu(M)}{M^s},$$

où M prend *toutes* les valeurs entières positives; on déduit aisément des relations (17), (22) et (23) que cette somme est égale à l'expression

$$\sum\frac{1}{n^{s-1}}\sum\frac{1}{n^{2s-1}}\left[\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{2^{2\nu+1}-2^\nu}{8.2^{(2\nu+1)s}}+\frac{2^\nu(3.2^\nu-1)}{24.2^{2\nu s}}\right]-\sum\frac{1}{n^s}\sum\frac{1}{n^{2s-2}}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{2^{2\nu}}{24.2^{2\nu s}},$$

les $n$ parcourant les entiers positifs *impairs*.

Sommant les progressions géométriques, on arrive à la formule

$$(24)\quad \mathrm{S}\frac{\mu(M)}{M^s}=\frac{1}{24}\left(2-\frac{1}{2^s}\right)\zeta(s-1)\zeta(2s-1)-\frac{1}{24}\left(1-\frac{1}{2^s}\right)\zeta(s)\zeta(2s-2).$$

On en déduit, après quelques calculs faciles, cette expression générale de $\mu(M)$, quel que soit M, *impair ou pair*,

$$24\mu(M)=\frac{1}{4}\sum(7mm'-2m'^2)-\frac{1}{4}\sum(-1)^m(mm'-2m'^2),$$

les $\sum$ portant sur les décompositions $M=mm'^2$, où $m$ et $m'$ sont entiers et positifs, pairs ou impairs.

6. *Évaluation arithmétique d'un volume.* — Le premier membre de (24) s'écrit

$$(25)\qquad \mathrm{S}\frac{1}{k}\frac{1}{(AA'A''+\ldots)^s},$$

la somme s'étendant cette fois à *toutes* les réduites (une par classe),

$$Ax^2+A'y^2+A''z^2+\ldots+2B''xy,$$

ternaires, positives, primitives ou non, mais propres; $k$ est toujours le nombre des transformations en elle-même de la réduite, dont $AA'A''+\ldots$ est le déterminant.

Posons $s = 2 + \rho$, multiplions par $\rho$ les deux membres de (24) [le premier étant remplacé par (25)], et cherchons leurs limites quand $\rho$ tend vers zéro par valeurs positives.

*Au second membre*, la limite est manifestement zéro pour le second terme; pour le premier, puisque $\rho\zeta(1+\rho)$ tend vers 1 (Dirichlet), la limite est $\frac{1}{24}\frac{7}{4}\zeta(3)$.

*Au premier membre*, en appliquant la méthode classique de Dirichlet, on trouve, pour la limite cherchée,

$$N.2\frac{V}{2^6},$$

où N désigne le nombre des systèmes de valeurs non congrus entre eux mod 2, de A, A′, A″, B, B′, B″, pour lesquels A, A′, A″ ne sont pas pairs à la fois : évidemment $N = 2^6 - 2^3 = 56$.

Quant à V c'est, dans l'espace à *six dimensions* où les coordonnées sont A, A′, ..., B″, le volume du champ défini par les inégalités

$$(26)\qquad AA'A'' + 2BB'B'' - AB^2 - A'B'^2 - A''B''^2 \leqq 1; \qquad F_i(A, \ldots, B'') \leqq 0,$$

les inégalités $F_i \leqq 0$ étant celles qui expriment que la forme $Ax^2 + \ldots$ est *réduite* positive.

Enfin, au premier membre (25), on a remplacé $k$ par 1, parce que les réduites pour lesquelles $k$ dépasse 1 correspondent à des valeurs de A, ..., B″ donnant, dans l'espace à six dimensions, des points situés *sur* la frontière du volume V, car ces valeurs vérifient certaines des inégalités $F_i \leqq 0$ *avec le signe* =.

On a donc la relation

$$2.56\frac{V}{64} = \frac{1}{24}\cdot\frac{7}{4}\zeta(3), \qquad \text{d'où} \qquad 24V = \zeta(3) = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \ldots;$$

V est ce qu'on peut appeler le *volume de réduction ternaire*, c'est l'intégrale sextuple $\int dA\,dA' \ldots dB''$, étendue à la région définie par les inégalités (26); les dernières, $F_i \leqq 0$, sont celles qui expriment que la forme ternaire $Ax^2 + \ldots$, dont les coefficients sont maintenant des quantités réelles *quelconques* (entières ou non) est positive et réduite; la première exprime que son déterminant, nécessairement positif, est au plus égal à 1.

On serait arrivé à la même valeur de V en opérant d'une manière analogue sur la relation (13), ou sur celle qui termine le n° 3 de la Note précédente.

CHIMIE AGRICOLE. — *Influence des fluorures sur la végétation. A. Essais préliminaires en vases de jardin.* Note de MM. **Armand Gautier** et **P. Clausmann.**

Nous avons établi que le fluor existe dans tous les tissus des animaux ou des plantes (¹), souvent en très faibles proportions, quelquefois abondant, comme dans les os, l'épiderme, l'émail des dents. En raison de cette généralisation et de cette localisation élective, nous avons conclu que cet élément joue dans l'économie vivante un rôle nécessaire (²). Nous avons établi qu'en effet le fluor accompagne toujours le phosphore dans la cellule vivante, qu'il varie avec cet élément dont il semble assurer la fixation, enfin qu'il s'élimine en combinaison avec lui.

L'origine du fluor chez l'animal n'est pas douteux, il nous vient primitivement par les végétaux alimentaires qui l'empruntent eux-mêmes aux fluorures et fluophosphates du sol où ils croissent. Il y a donc lieu de se demander quelles sont les conditions qui favorisent cette assimilation par la plante, et que deviennent les diverses cultures lorsqu'elles sont enrichies ou privées de fluorures. Rien, jusqu'ici, n'a été tenté dans ce sens.

Pour étudier l'influence du fluor sur la végétation, nous avons commencé, en 1913, une série d'essais culturaux, d'abord dans de grands vases de jardin, de 4 litres, tous placés à la campagne dans des conditions identiques. Plus tard, en 1915, nous avons poursuivi nos essais au même lieu, en courtes plates-bandes, dans les conditions de la culture maraîchère.

(¹) *État et rôle du fluor dans l'organisme animal* (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1347 et 1435, et t. 157, 1913, p. 94; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. 13, p. 909, et t. 15, p. 159; *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 159). — *Le fluor chez les végétaux* (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 194, et t. 162, 1916, p. 105; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. 19, p. 140). — *Le fluor dans les eaux potables ou minérales* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1389 et 1631; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. 154, p. 707); *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 148 et 300, 1708 et 1715. — *Méthodes pour rechercher et doser le fluor* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1469, 1475, 1670, 1677, 1753 et 1758; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. 11, p. 872).

(²) M. Delezenne vient d'établir que le zinc paraît être un constituant très répandu de la cellule vivante (*Annales de l'Institut Pasteur*, 1919, p. 68 et 134) et qu'il se concentre très sensiblement dans quelques excrétions et ferments solubles. Il en conclut, avec raison, que ce métal ne joue pas un rôle accidentel, mais nécessaire au fonctionnement vital. On connaît aussi les anciennes observations de Raulin sur l'influence que des traces de zinc jouent dans le développement de l'*Aspergillus niger*.

Enfin, en 1916 et 1917, ces observations préliminaires ne nous ayant pas donné entière satisfaction, nous avons opéré en plein champ sur des surfaces d'un are et plus par chaque culture.

Dans nos expériences de jardin en vases, nous avons essayé de comparer nos cultures en terrain aussi exempt que possible de fluor avec celles faites dans ce même terrain artificiellement fluoré. Comme terrain peu fluoré ou ne contenant cet élément qu'à l'état presque insoluble, nous avions choisi d'abord un verre très pur spécialement fabriqué pour ces essais ([1]) et réduit en grains de la grosseur d'un pois. Ce milieu étant encore trop fluoré, nous avons recouru l'année suivante (1914) au charbon de bois de bouleau pulvérisé et lavé à chaud aux acides, puis à l'eau bouillante. C'est le seul milieu presque exempt de fluor que nous connaissions ($1^{mg},87$ par kilo).

*a. Cultures sur verre concassé additionné ou non de fluorures.* — Chaque espèce végétale était cultivée comparativement en trois vases de 4 litres chacun, isolés sur une assiette creuse. Deux avaient reçu le verre ($3500^{g}$ par pot) mélangé d'un même engrais dont nous donnerons plus loin la composition (phosphate et carbonate de chaux, azotate de potasse, sulfate d'ammoniaque, magnésie carbonatée, silice et alumine en gelées, traces de zinc, de fer, enfin un peu d'une terre arable très fertile devant apporter la flore microbienne). Ce mélange de perméabilité à l'eau comparable à celui de la terre arable ordinaire ne contenait que le fluor à peu près insoluble du verre privé de ses poussières. Aux vases à fluorer, on ajoutait le fluor sous forme de solution étendue de fluorure alcalin. Un troisième vase, rempli de terre arable ordinaire, permettait de compléter la comparaison.

Ces premiers essais portèrent sur 14 espèces végétales appartenant aux familles les plus diverses : orge, seigle, avoine, sarrazin, pois, vesce, haricots, pourpier, moutarde, lin, pissenlit, tabac, nigelle, zinnia, etc. Les plantes se développèrent généralement assez mal dans ce milieu vitreux, particulièrement les pois, vesce, pourpier, lin, pissenlit, tabac, nigelle, zinnia. Seuls l'avoine, le haricot, la moutarde, l'escholtzia donnèrent d'assez bons résultats. Nous en conclûmes que le terrain vitreux, formé surtout d'un sel sodique, ne convenait généralement pas à la végétation ([2]). D'ailleurs, le verre employé, quoique purifié, contenait encore $123^{mg}$ de fluor par kilo,

([1]) Verre, gracieusement offert par la Maison Legras de Saint-Denis, fait avec des matières particulièrement choisies et purifiées. Nous avons reconnu que ce verre contenait encore $40^{mg}$ de fluor par kilogramme.

([2]) On sait que les sels de soude sont stérilisants et que le verre lui-même est un peu soluble dans l'eau.

ce qui n'était pas sans laisser quelque incertitude dans nos conclusions sur les cultures comparées avec ou sans fluor. Nous pensâmes donc qu'il valait mieux choisir un autre milieu et nous nous décidâmes, en 1914, à remplacer le verre par le charbon de bois de boulange purifié [1] séparé de sa poudre la plus fine. Comme source de fluor, nous n'avons employé que du fluorure de potassium, $2^g,45$ par kilogramme de charbon ou $0^g,835$ par vase [2], ayant soin de faire toujours repasser les eaux d'égoutage dans les vases correspondants qui n'étaient ensuite arrosés qu'en eau de pluie.

Le milieu charbonneux était composé de la façon suivante, que nous calculons pour $1000^g$ de charbon lavé : *Charbon lavé*, $1000^g$ (fluor correspondant, $0^g,00187$) $Al^2O^3$ ajouté à l'état d'alumine en gelée $= 120^g$ (fluor $= 0$); *craie* $= 730^g$ (fluor $0^g,002$); *humus*, $27^g,3$; *terre arable* très fertile $= 66^g$ (fluor $0^g,007$); $PO^4CaH = 24^g$; $AzO^3K = 34$; $SO^4Am^2 = 30^g$; $NaCl = 3^g$; $CO^3Mg = 68^g$; $MnCl^2 = 0^g,80$; $ZnCO^2 = 0^g,07$; $SiO^2$ employée en gelée $= 17^g,0$; $SO^4Fe = 180^g$; arséniate sodique $= 1^g,4$.

Ce mélange complet, moyennement perméable à l'eau, composé des éléments fertilisants minéraux et biologiques indispensables contenait donc seulement $11^{mg}$ de fluor par kilogramme, ou $3^{mg},97$ par vase. Les fluorés reçurent $300^{mg}$ de fluor par vase, c'est-à-dire 77 fois la quantité des témoins.

Voici, résumés en un Tableau très abrégé, quelques-uns de nos composés : A. *Terrain charbonneux n'ayant pas reçu de fluor;* B. *Charbon fluoré artificiellement;* C. *Terre de jardin ordinaire.*

*a.* CRUCIFÈRES : *Cresson alénois.*

| Époques. | A. (Charbon sans fluor). | B. (Charbon fluoré). | C. (Terre arable). |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet [1]. | Plante hauteur moyenne, $0^m,64$; verte bien feuillue; poids sec, $17^g,10$; graines, $6^g,80$ [3]. | Plante hauteur moyenne $0^m,60$; verte bien feuillue; poids sec, $18^g,65$; graines, $6^g,80$. | Plante hauteur, $0^m,62$, très maigre, peu de feuilles jaunissantes. |

(1) Il contient par kilogramme $11^{mg},5$ de fluor et, après lavage aux acides, $1^{mg},87$ seulement, soit $0^g,000187$ pour $100^g$.

(2) Chaque vase de $4^l$, rempli aux trois quarts, ne contenait que $366^g$ de charbon, milieu très poreux, très léger, acceptant facilement les mélanges fertilisants. On fera remarquer, en passant, toutes les facilités que donne, pour les études théoriques sur la végétation, ce milieu solide, charbonneux, presque absolument dénué de tous sels (silice, fluor, chaux, alcalis).

(3) Dans ce Tableau on ne donne l'état de la plante qu'au moment de la récolte.

Les fluorures paraissent donc légèrement favorables à cette plante. Elle s'est mieux développée dans le charbon que dans la terre arable.

*Chou d'York.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet. | $0^m$,20 de haut; bien venu, mais moins beau que le fluor B. | $0^m$,22 de haut; plus beau que A; vigoureux. | Plante maigre; $0^m$,17 de haut; feuillage passant un peu au rouge. |

Donc : Influence des fluorures sensiblement favorable.

*b.* CARYOPHYLLÉES : *Spergula arvensis.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 25 août. | Plante maigre très mal développée; 4 pieds sur 6 sont morts; pas de graines. | Plante hauteur moyenne $0^m$,18; graines assez nombreuses. | Plante bien venue; hauteur moyenne, $0^m$,27. |

Les fluorures paraissent donc favoriser cette espèce.

*c.* PAPAVÉRACÉES : *Escholtzia Californica.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet. | Fleurit tardivement; poids de la plante, $39^g$,2; siliques encore un peu vertes, $3^g$,10. | Fleurit un peu tardivement; poids de la plante, $40^g$,2; siliques légèrement vertes, $6^g$,20. | Plante un peu étiolée; hauteur, $0^m$,35; très peu de graines et de fleurs. |

Le bénéfice attribuable au fluor est ici évident.

*d.* LÉGUMINEUSES : *Pois chiche.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Recolté le 17 juillet. | Une graine seule levée sur 6, mais bien verte, monte à $0^m$,33; plante pauvre; siliques rares. | Plante un peu maigre, mais verte, monte à $0^m$,22; fleurs tardives, pas de silique. | Plante bien verte, fournie, monte à $0^m$,60; de 19 à 20 siliques bien grainées. |

Le fluor joue ici un rôle nul ou défavorable.

*Pois de senteur.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet. | Plante maigre mais bien verte; hauteur, $0^m,33$; rares siliques mal garnies de graines. | Plante un peu maigre, bien verte; monte à $0^m,22$; peu de fleurs, pas de silique. | Plante bien verte, bien fournie; monte à $0^m,60$; de 19 siliques remplies de graines. |

Le fluor joue encore ici un rôle défavorable.

*e.* GRAMINÉES : *Seigle.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 13 août. | Beaux épis; hauteur de la plante $1^m,30$; poids des épis secs $22^g,45$. | Plante vigoureuse plus belle que A; hauteur $1^m,32$; poids des épis $18^g,15$. | Plante un peu faible; hauteur $1^m,25$; poids des épis $4^g,65$. |

En raison d'une récolte peut-être un peu trop hâtive pour B l'influence des fluorures paraît ici douteuse mais non nuisible.

*f.* CHÉNOPODÉES : *Épinard.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 13 août. | Plante bien venue; hauteur $0^m,50$; 4 pieds, graines $7^g,30$. | Plante bien fournie, verte; hauteur $0^m,60$ et $0^m,75$; graines $9^g$. | Plante un peu maigre $0^m,26$ et $0^m,15$ de hauteur; mal grainée. |

L'action très favorable du fluor est ici évidente.

*g.* CONVOLVULACÉES : *Belle-de-jour.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet. | Plante très maigre; 3 pieds ont poussé sur 9; 1 pied est mort. | Plante très maigre; 9 pieds de $0^m,10$; la plante souffre; pas de morts. | Plante bien fournie; hauteur $0^m,35$; commence à grainer le 17 juillet. |

Les fluorures paraissent peu ou pas favorables à ce végétal.

*h.* BORAGINÉES : *Vipérine.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 25 août. | Plante bien venue, verte, vigoureuse; hauteur $0^m,20$. | Plante bien en feuilles, vigoureuse, plus belle que A. hauteur $0^m,20$. | La plante pousse assez bien, mais un peu étiolée, elle n'arrive qu'à $0^m,10$ de haut. |

L'influence favorable du fluor paraît être ici sensible.

*i.* Liliées : *Oignon commun.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 25 août. | Plante très menue, plus faible qu'en B; hauteur 0m,03. | Plante assez pauvre mais moins faible que A; hauteur de la tige 0m,04. | Plante bien venue, vigoureuse; hauteur de la tige 0m,25. |

Le milieu charbonneux paraît déplaire à ce végétal, mais l'influence du fluor semble plutôt favorable à ce végétal.

*j.* Composées : *Petite Centaurée.*

| Époques. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 25 août. | Mal venue. | Mal venue. | Bien venue; jolie plante fleurie; hauteur 0m,38. |

On ne peut rien conclure de cet essai, notre milieu de culture artificiel ayant été trop défavorable à ce végétal.

*k.* Canabiacées : *Chanvre.*

| Époques | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Semé le 13 mars. Récolté le 25 août. | 2 graines seulement ont levé et donné 2 pieds de 0m,30 et 0m,40 de haut; en fleur le 25 août. | 8 graines ont levé; bouquet floral bien développé; hauteur 0m,36 et 0m,38; jolie plante. | Le chanvre n'a pas levé dans cette terre quoique dans les mêmes conditions extérieures. |

L'heureuse influence du fluor est ici manifeste.

Ainsi, sur 12 espèces cultivées dans des conditions toutes semblables, mais avec addition ou non de fluorures, 7 ont été favorisées par le fluor (cresson, chou, escholtzia, épinard, vipérine, spergule, chanvre), 3 sont restées indifférentes (belle-de-jour, oignon, seigle), 3 ont donné des récoltes inférieures (pois de senteur, pois chiches, centaurée).

Quoique assez satisfaisant, ce premier examen nous ayant donné 7 succès sur 12 essais, nous ne nous sommes pas senti entièrement convaincus, même dans les cas favorables, étant données les trop faibles quantités de récoltes obtenues avec 10 à 12 graines et dans des conditions de culture en vases de jardin; ayant d'ailleurs pris comme source de fluor le fluorure de potassium qui, malgré la très faible proportion de potassium, pouvait influer par ce métal sur la fécondité de nos récoltes. Nous avons été ainsi amenés à

examiner, en 1916 et 1917, l'influence que les autres fluorures peuvent exercer sur la végétation, sur celle tout au moins des plantes les plus utiles, cultivées en plein champ dans les conditions de la pratique ordinaire. Nous ferons très prochainement connaître le résultat de ces recherches.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur un mode de génération des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système.* Note de M. C. **Guichard**.

En étudiant les surfaces isothermiques telles que l'équation du réseau formé par les lignes de courbure soit intégrable par la méthode de Laplace, je suis arrivé à une construction simple des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système.

Pour faciliter la lecture de cette Note, j'exposerai le résultat obtenu d'une façon élémentaire sans employer mes méthodes générales.

Je considère un cylindre de révolution et une courbe quelconque (C) tracée sur ce cylindre; sur la développable circonscrite à (C), je considère le réseau formé par les génératrices et les sections par les plans tangents au cylindre. On sait que ce réseau est un réseau conjugué. Je dis de plus que *l'équation de Laplace de ce réseau est à invariants égaux.* En effet, je prends comme troisième axe de coordonnées l'axe du cylindre; soient $\rho$ un plan tangent au cylindre, A la trace de la génératrice de contact sur le plan $x_1$, $x_2$. Les coordonnées du point A sont $R\cos v$, $R\sin v$; soit maintenant M un point de la courbe C, B la trace de la génératrice passant par M sur le plan $x_1, x_2$; les coordonnées de B sont $R\cos u$, $R\sin u$. Cela posé soit N le point de rencontre de la tangente en M à la courbe C avec le plan P, le point N se projette sur le plan $x_1$, $x_2$ en un point $n$ qui est le point de rencontre des tangentes en A et B à la section droite. Il en résulte que si l'on désigne par $x_1$, $x_2$, $x_3$ les coordonnées du point N, on a

$$x_1 = R\frac{\cos\left(\frac{u+v}{2}\right)}{\cos\left(\frac{u-v}{2}\right)}, \qquad x_2 = R\frac{\sin\frac{u+v}{2}}{\cos\frac{u-v}{2}};$$

or les valeurs de $x_1$ et $x_2$ suffisent pour former l'équation du réseau; on vérifie facilement que cette équation a ses invariants égaux.

Si l'on effectue une transformation homographique quelconque le réseau

conjugué se transforme en un réseau conjugué; l'équation du nouveau réseau sera encore à invariants égaux; donc *le théorème s'étend au cône du second ordre.*

Cela posé soient S un cône du second ordre, (C) une courbe isotrope tracée sur ce cône; Γ la section de la développable isotrope circonscrite à C par un plan tangent de S; je fais rouler le cône S sur un cône quelconque T; la courbe Γ prend la position $\Gamma_1$. Le lieu des courbes $\Gamma_1$ quand le plan tangent au cône S varie est une surface Σ dont une série de lignes de courbure est formée par les courbes $\Gamma_1$ (Ribaucour). On sait d'autre part que l'équation du réseau tracé sur Σ est la même que celle du réseau tracé sur la développable isotrope; donc la surface Σ est isothermique. On a ainsi une série de surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système; les plans des lignes de courbure enveloppent un cône qui peut être quelconque. En comparant avec les formules analytiques données par M. Darboux (*Leçons*, 4e Partie, Chap. X), on voit qu'on obtient ainsi toutes les surfaces isothermiques telles que les plans des lignes de courbure planes passent par un point fixe.

En remplaçant le cône S par un cylindre du second degré et le cône T par un cylindre quelconque, on obtiendra des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes, les plans qui contiennent les lignes de courbure planes enveloppent un cylindre.

Analytiquement, ces surfaces sont définies de la façon suivante. Les coordonnées du point décrivant la surface sont

$$(1)\qquad X_1 = Z_3 + p\frac{dZ_3}{du},\qquad X_2 = Z_4 + p\frac{dZ_4}{du},\qquad X_3 = Z'_3 + q\frac{dZ'_3}{dv},$$

où $p$ et $q$ sont déterminés par les équations

$$(2)\qquad \begin{cases} Z_1 + p\dfrac{dZ_1}{du} = Z'_1 + q\dfrac{dZ'_1}{dv}, \\ Z_2 + p\dfrac{dZ_2}{du} = Z'_2 + q\dfrac{dZ'_2}{dv}, \end{cases}$$

où $Z_1$ et $Z_2$ sont les coordonnées d'un point d'une conique exprimées en fonction d'un paramètre $u$; $Z'_1$, $Z'_2$ les coordonnées d'un point de la même conique exprimées en fonction d'un paramètre $v$; $Z_3$ et $Z_4$ sont des fonctions de $u$ satisfaisant à la condition

$$(3)\qquad dZ_3^2 + dZ_4^2 = dZ_1^2 + dZ_2^2.$$

$Z'_3$ est une fonction de $v$ définie par l'équation

$$(4) \qquad dZ_1'^2 + dZ_2'^2 + dZ_3'^2 = 0.$$

Si l'on suppose

$$Z_3 = KZ_1,$$

K étant une constante, les lignes de seconde courbure sont aussi des courbes planes, car on aura

$$X_1 = K\left(Z'_1 + q\frac{dZ'_1}{dv}\right).$$

Les plans des lignes de courbure de la seconde série enveloppent un cylindre dont les génératrices sont parallèles au second axe de coordonnées; les coordonnées d'un point de la section droite sont

$$KZ'_1, \quad 0, \quad Z'_3.$$

On obtient ainsi toutes les surfaces isothermiques qui ont même représentation sphérique de leurs lignes de courbure qu'une cyclide de Dupin.

GÉOGRAPHIE. — *Une Mission scientifique de l'Institut de France en Afrique centrale (Tibesti, Borkou, Ennedi).* Note de M. **Tilho**.

*Situation géographique.* — Le *Tibesti* est une région de hautes montagnes du Sahara oriental, à peu près également distante des rives du lac Tchad et celle de la Méditerranée ($900^{km}$ à $1000^{km}$) et située un peu à l'Est ($150^{km}$ à $250^{km}$) de la route des caravanes conduisant de Tripoli au Soudan par Bilma. Sa position en latitude est approximativement comprise entre les 19° et 23° parallèles Nord et en longitude entre les 15° et 20° méridiens Est de Greenwich.

L'*Ennedi* est une région de hauts plateaux située à $250^{km}$ environ au sud-est du Tibesti, à peu près à égale distance ($1000^{km}$) du lac Tchad et du Nil moyen. Ses limites en latitude sont marquées par les 16° et 18° parallèles Nord et en longitude par les 21° et 24° méridiens Est de Greenwich.

Le *Borkou* est une région d'oasis de faible altitude séparant le *Tibesti* de l'*Ennedi* et située dans le prolongement des zones déprimées du nord-est du lac Tchad qui constituent les pays bas du Tchad.

*Explorations antérieures.* — Jusqu'à ces dernières années, le Tibesti n'avait été exploré que par l'Allemand Nachtigal (1869). Il ne put d'ailleurs en visiter que la partie Nord-Ouest et dans des conditions exceptionnellement difficiles : cela explique qu'entre autres inexactitudes, il ait assigné au point de *Bardaï*, terminus de son itinéraire, une position erronée d'environ $90^{km}$.

Après lui, aucun autre voyageur européen ne pénètre plus au Tibesti, jusqu'au moment où le Gouvernement français fit occuper les points de Zouar (1913) et de Bardaï (1914) par la colonne du commandant Löffler.

Le premier voyageur européen qui pénétra au Borkou fut également Nachtigal; parti des bords du lac Tchad en mars 1871, il visita la partie sud-ouest de cette région, jusqu'alors totalement inconnue, sous la protection d'une tribu arabe du Kanem (Ouled Sliman) venue, selon la coutume, faire la récolte annuelle des dattes dans les oasis de Yen, de Ngourr et de Bedo. Après lui, aucun autre explorateur ne réussit à pénétrer au Borkou qui fut occupé, par la Confrérie musulmane des Senoussistes. Toutefois, à partir de 1905, les razzias senoussistes sur nos protégés du Kanem, du Bahr el Ghazal et du Fittri, obligèrent nos méharistes à pousser leurs contre-rezzous jusque dans la partie sud du Borkou (Faya et Aïn Galakka), mais sans chercher à y établir notre domination.

L'Ennedi n'a été visité par aucun explorateur, mais c'est encore à Nachtigal que nous devons les premiers renseignements sur sa situation approximative, grâce aux informations que, pendant son voyage au Borkou, il put recueillir auprès d'une jeune esclave ennedienne et de quelques Arabes ayant participé à des expéditions de pillage contre les tribus de cette région. A partir de 1909, et à la suite de notre installation au Ouadaï, nos méharistes sous les ordres des commandants Hilaire et Colonna de Leca purent enfin aborder l'Ennedi; une bonne carte de ses confins occidentaux fut dressée par le capitaine Vignon en 1912.

En résumé, jusqu'en 1914, les explorations de Nachtigal et les expéditions de nos méharistes avaient fourni d'utiles renseignements sur le Tibesti, le Borkou et l'Ennedi, mais n'avaient pu donner de l'ensemble de ce pays qu'un aperçu très incomplet.

*But de la Mission.* — En 1912, l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, sur la proposition de M. Henri Cordier, membre de cette Académie, me fit l'honneur de me charger de rechercher les traces de l'ancienne communication fluviale qu'on pouvait supposer avoir existé entre le

lac Tchad et le Nil (Fondation Benoît-Garnier [1]). A l'occasion de cette mission, je m'étais proposé en outre : 1° de recouper tous les itinéraires de Nachtigal au nord-est et à l'est du Tchad et de relier leurs extrémités (Bardaï, Borkou, Ouadaï) par un itinéraire transversal; 2° de déterminer les altitudes des principaux sommets du Tibesti et de l'Ennedi; 3° de relier le Tchad au Nil par une ligne ininterrompue de positions astronomiques précises, permettant d'établir dans de bonnes conditions la carte d'ensemble au $\frac{1}{1000000}$ de ces vastes régions jusqu'alors à peu près inconnues.

*Le voyage.* — J'ai quitté la France fin juin 1912 et suis arrivé quatre mois plus tard au Kanem, sur la côte nord-est du lac Tchad, ayant suivi la route ordinaire d'accès par le Congo, l'Oubangui et le Chari.

De novembre 1912 à octobre 1913, pendant que j'exerçais le commandement politique et militaire de la circonscription du Kanem, j'ai eu l'occasion de faire trois reconnaissances intéressantes au point de vue géographique : l'une, au Bahr el Ghazal, l'autre sur la côte orientale du Tchad, la troisième, dans les régions désertiques des pays bas du Tchad jusqu'aux frontières du Borkou.

Au mois de novembre 1913, ayant quitté le commandement du Kanem pour prendre part, sous les ordres du colonel Largeau, à la conquête du Borkou et de l'Ennedi, je fus chargé d'exercer le commandement de la nouvelle circonscription. A cette occasion j'eus à exécuter quelques reconnaissances d'exploration à travers le Borkou, l'Ennedi et le Tibesti; la première, d'une durée de 6 semaines, me permit de jeter les bases de la carte du Borkou (mars-avril 1914); la deuxième, d'une durée de 4 mois (octobre 1914-janvier 1915) me révéla la véritable physionomie de l'Ounianga, de l'Erdi et de l'Ennedi; la troisième d'une durée de 10 semaines (septembre-novembre 1915), me permit de compléter ma tâche par l'exploration du Tibesti central.

Enfin, au début de 1916, je réussissais à capter les signaux horaires nocturnes de la Tour Eiffel et à déterminer ainsi avec précision la première longitude par T. S. F. obtenue dans le centre de l'Afrique, directement avec Paris.

Au mois de mai 1917, j'ai quitté la circonscription Borkou-Ennedi pour

---

[1] Au sujet de l'hypothèse de cette ancienne communication, voir *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1868. *Sur la présence dans le lac Tchad du* Palæmon niloticus *Roux*, etc.

rentrer en France par l'Egypte, traversant le Mortcha, l'Ouadaï, le Tama, le Guimer et le Dar Four, où j'effectuais à El Fasher dans des conditions très satisfaisantes, la soudure entre le réseau géodésique des possessions françaises du Tchad et celui des possessions anglo-égyptiennes de la vallée du Nil. Du Dar Four, je gagnais ensuite la Basse-Égypte par le Kordofan, Khartoum, Ouadi Halfa, Shellal et le Caire, et de là je rentrais à Paris où j'arrivais le 1er octobre 1917, après 5 ans et 3 mois d'absence, pour me rendre presque aussitôt sur le front français.

*Difficultés de cette exploration.* — Outre les aléas ordinaires des contrées inconnues, le Tibesti, le Borkou et l'Ennedi offrent des difficultés spéciales, particulièrement malaisées à surmonter au cours d'un voyage d'exploration.

D'abord la pénurie de chameaux (due à la grande consommation occasionnée par les brigandages des nomades, les contre-rezzous de nos méharistes et les lourds convois de ravitaillement des troupes) limitait nos moyens de transport au nombre de chameaux strictement indispensable pour les vivres de route, l'eau et le personnel; encore étions-nous le plus souvent obligés d'utiliser des chameaux maigres, insuffisamment reposés et parfois blessés.

Ensuite, il faut noter que la rareté des pâturages et des points d'eau nous imposait le choix d'itinéraires demandant l'effort minimum à nos chameaux, et que les points où nous devions nous arrêter quelque temps, n'étaient généralement pas ceux où il eût été intéressant, au point de vue géographique, de pouvoir séjourner. La consommation des vivres de route aurait pu théoriquement nous donner des facilités de transport d'échantillons nombreux, mais, dans la pratique, le nombre de chameaux fatigués, dont il fallait répartir les charges sur les autres plus valides, augmentait en cours de route beaucoup plus vite que ne diminuaient nos indispensables provisions alimentaires.

J'ajouterai, en outre, que les aspérités d'un terrain constamment rocailleux, dont les arêtes vives et les escarpements souvent formidables abîmaient les pieds des hommes et des chameaux, nous obligeaient à nous renfermer coûte que coûte dans les limites de temps prévues au départ, trop heureux même, quand nous n'étions pas contraints d'écourter notre programme; à titre d'exemple, je citerai qu'au cours de l'exploration du Tibesti, nous avons dû parcourir en montagne environ 500$^{km}$ en 17 jours.

Enfin, sans parler du surcroît de fatigues occasionné par l'insécurité du pays, je signalerai que nos guides indigènes, excellents sur certains parcours,

témoignaient, sur d'autres, d'une hésitation dangereuse tenant, soit à une réelle défaillance de mémoire, soit plutôt à leur profonde répugnance à nous conduire dans les zones de refuge des tribus insoumises; sentiment très compréhensible d'ailleurs, car celles-ci les rendent responsables, eux et leurs familles, des dommages et des pertes qu'elles subissent lorsqu'elles ont à livrer combat à nos détachements.

Bien d'autres difficultés (ravitaillement, administration, opérations militaires, etc.) seraient encore à mentionner; comme il est improbable que leur nombre aille en décroissant, la tâche des explorateurs futurs qui voudront compléter notre travail, restera vraisemblablement très ardue, pendant de longues années.

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Émile Picard*, élu Secrétaire perpétuel.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 52,

| | | |
|---|---|---|
| M. Édouard Goursat obtient. . . . . . | 29 | suffrages |
| M. Émile Borel » . . . . . . | 23 | » |

M. **Édouard Goursat**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre de la *Commission administrative de la Fondation Carnegie*, en remplacement de M. *G. Darboux*, décédé.

M. **Émile Picard** réunit la majorité absolue des suffrages.

## PLIS CACHETÉS.

M. De Launay demande l'ouverture de deux plis cachetés, déposés dans la séance du 15 avril 1850 par M. Ch. Chastellain, son oncle, et inscrits sous les n$^{os}$ 985 et 986.

Ces deux plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent des Notes relatives à diverses questions d'*Astronomie*.

(Renvoi à l'examen de M. De Launay.)

## MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. A. Herdner adresse une collection de Mémoires relatifs aux *Machines à vapeur*.

(Renvoi à la Commission des Prix de Mécanique.)

## CORRESPONDANCE.

M. George Ellery Hale, élu Associé étranger, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Le Catalogue raisonné et descriptif des collections d'ostéologie du service d'Anatomie comparée du Muséum d'Histoire naturelle*, par R. Anthony : *Mammifères*, *Pholidota* (*Pangolins*). (Présenté par M. Ed. Perrier. Publié à l'aide d'une subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil*.)

2° *Études sur la période pléistocène (quaternaire) dans la partie moyenne du bassin du Rhône*, 2e et 3e parties, par W. Kilian et J. Révil.

3° *Aperçu sommaire sur les roches éruptives des Alpes françaises*, par W. Kilian et J. Révil.

M. **Fernand Widal** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de M. *A. Dastre*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières ou méromorphes.* Note de M. **Gaston Julia**.

I. Dans diverses Notes récentes (¹), j'ai introduit, pour l'étude des propriétés d'une fonction entière ou méromorphe $f(z)$, un ensemble $\mathcal{E}_\sigma$ qui est le lieu des points où la suite des fonctions $f_n(z) = f(z\sigma^n)$ $[|\sigma| > 1]$ n'est pas normale. Je voudrais revenir sur les propriétés de cet ensemble pour rectifier, préciser et compléter certains détails de mes Communications antérieures.

Si $f(z)$ est une fonction entière quelconque, $\mathcal{E}_\sigma$ est fermé. J'ai dit qu'il était parfait, mais je viens de reconnaître que cela n'est pas toujours exact. Un point P de $\mathcal{E}_\sigma$ pourrait être isolé dans $\mathcal{E}_\sigma$ si la suite des $f_n(z)$, qui n'est pas normale en P, était normale en tout autre point d'un cercle $\mathcal{O}$ assez petit de centre P, de telle façon qu'une au moins des suites extraites de la suite des $f_n(z)$ converge *vers l'infini* en tout point de $\mathcal{O}$ distinct de P, tout en restant *bornée en* P.

Le lemme de Weierstrass ne permet de conclure que la suite des $f_n(z)$ est normale dans tout $\mathcal{O}$, sachant qu'elle est normale partout hors du centre, que si toute suite convergente extraite de la suite des $f_n$, converge vers une limite *finie*. Si donc on est sûr que dans $\mathcal{O}$ les fonctions $f_n$ ne prennent pas une certaine valeur finie $a$, la considération de la suite des fonctions $\frac{1}{f_n(z) - a}$, holomorphes dans tout $\mathcal{O}$, concurremment avec la suite des $f_n(z)$, permet d'affirmer que toute suite, extraite de la suite $f_n(z)$, qui converge dans $\mathcal{O}$, hors P, vers une limite finie ou infinie, converge aussi *en* P vers cette limite, c'est-à-dire que P n'est pas isolé dans $\mathcal{E}_\sigma$.

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 502 et 718.

On peut donc affirmer qu'un point P de $\mathcal{E}_\sigma$ n'est pas isolé dans $\mathcal{E}_\sigma$ si, $\mathfrak{A}$ étant une aire assez petite entourant P, dans l'ensemble des aires $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}\sigma$, $\mathfrak{A}\sigma^2$, ... $f(z)$ ne prend pas une certaine valeur finie. Cela arrivera certainement *si $f(z)$ admet une valeur exceptionnelle $a$*, et pour une telle fonction $\mathcal{E}_\sigma$ est sûrement parfait : il n'est d'ailleurs pas discontinu, comme le montre la considération des chemins sur lesquels $f(z)$ tend respectivement vers $a$ et vers l'infini.

$\mathcal{E}_\sigma$ étant fermé dans le cas général se décompose en un ensemble parfait et un ensemble dénombrable. L'ensemble parfait n'est certainement pas nul lorsque la fonction $f(z)$ admet *une valeur asymptotique finie :* en ce cas, en effet, $\mathcal{E}_\sigma$ contient un continu [1]. Pour fournir l'exemple d'une fonction $f(z)$ dont l'ensemble $\mathcal{E}_\sigma$ soit dénombrable, il faut s'adresser à une fonction dont on soit sûr qu'elle n'ait pas de valeur asymptotique finie : c'est le cas des fonctions d'ordre $< \frac{1}{2}$. Si l'on forme, en effet, la fonction

$$f(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{\sigma^n}\right),$$

qui est d'ordre zéro, ($|\sigma| > 1$), la relation

$$f(\sigma^n z) = (1 - z)(1 - \sigma z)\ldots(1 - \sigma^{n-1} z) f(z)$$

prouve que, dans toute aire finie $\Delta$, ne renfermant aucun des points $\sigma^{\pm k}$ ($k = 0, 1, 2, \ldots, \infty$), $f(\sigma^n z)$ tend uniformément vers l'infini avec $n$. L'ensemble $\mathcal{E}_\sigma$ de $f(z)$ se réduit donc aux *points isolés* $\sigma^{\pm k}$ *et à leurs deux points limites* 0 *et* $\infty$. Il est *fermé*, mais *dénombrable.*

II. On doit faire des remarques analogues pour les fonctions méromorphes $\varphi(z)$ admettant une valeur asymptotique $\omega$, finie ou infinie. Quel que soit $\sigma$ ($|\sigma| > 1$), on peut alors définir l'ensemble fermé $\mathcal{E}_\sigma$ des points où la suite des $\varphi_n(z) = \varphi(z\sigma^n)$ n'est pas normale. Un point P de $\mathcal{E}_\sigma$ peut être isolé, comme je l'ai déjà montré [2]. On peut affirmer qu'il ne l'est pas si, dans l'ensemble des aires $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}\sigma$, $\mathfrak{A}\sigma^2$, ... ($\mathfrak{A}$, aire assez petite entourant P), la fraction $\varphi(z)$ ne prend pas *deux* certaines valeurs distinctes finies ou infinies.

---

[1] $\mathcal{E}_\sigma$ a des points dans toute couronne, d'épaisseur arbitrairement petite, limitée par deux courbes quelconques entourant l'origine.

[2] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 883, II.

J'ai déjà donné l'exemple d'une fonction méromorphe admettant un $\mathcal{E}_\sigma$ fermé, dénombrable, formé de points isolés et de leurs deux points limites $(0, \infty)$ ; une telle fonction a au plus une valeur asymptotique (qui peut être valeur exceptionnelle), car pour *toute fonction* $\varphi(z)$ *admettant deux valeurs asymptotiques finies* ou *infinies* distinctes, $\mathcal{E}_\sigma$ *contient un continu* (¹). En particulier, pour toute fonction méromorphe ayant deux valeurs exceptionnelles, $\mathcal{E}_\sigma$ est parfait et continu.

III. Si l'on remplace la suite $\sigma, \sigma^2, \ldots, \sigma^n, \ldots$ par une suite $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \ldots, \sigma_n, \ldots$ de nombres dont les modules croissent indéfiniment, il importe aussi de prendre certaines précautions. Considérant la suite des fonctions $f_n(z) = f(z\sigma_n)$, suite qui n'est pas normale en o, il n'est possible d'affirmer, pour une fonction entière *absolument quelconque*, l'existence d'un ensemble E de points *distincts* de o où la suite des $f_n$ ne soit pas normale, que si la suite des $\sigma_n$ n'est *pas trop rapidement croissante* (par exemple, croît moins vite que $\sigma^n$). On peut, en effet, en s'adressant à des suites $\sigma_n$ très rapidement croissantes et à des fonctions $f(z)$ (d'ordre nul) dont les zéros soient assez rares, aboutir à des suites $f_n(z) = f(z\sigma_n)$, normales dans tout le plan, sauf en o. Je reviendrai ultérieurement sur le rôle que joue dans ces questions la croissance de la suite $\sigma_n$ et de la fonction $f(z)$ pour donner des exemples précis. Cependant, il est clair que pour toute fonction entière $f(z)$ admettant une valeur asymptotique finie (ou méromorphe avec deux valeurs asymptotiques finies ou infinies), l'ensemble E existe et renferme un continu pour lequel la note (¹) est valable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les développements de Jacobi.*
Note de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

Les polynomes hypergéométriques de Jacobi $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$, orthogonaux dans $(-1, +1)$, sont définis par la fonction génératrice

$$(1-2xz+z^2)^{-\frac{1}{2}}\left(1+z+\sqrt{1-2xz+z^2}\right)^{\alpha}\left(1-z+\sqrt{1-2xz+z^2}\right)^{\beta} \qquad \begin{pmatrix}\alpha<1\\ \beta<1\end{pmatrix}.$$

Supposons que $f(x)$, sommable dans $(-1, +1)$, ne devient infinie aux

(¹) $\mathcal{E}_\sigma$ a des points dans toute couronne limitée par deux courbes quelconques entourant l'origine.

points frontiers $x = -1$ et $x = +1$ que d'ordres moindres que $1 - \alpha$ et $1 - \beta$ respectivement. Le développement de $f(x)$ en série de Jacobi s'écrit

$$(1) \qquad f(x) \sim 2^{-(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1-\alpha-\beta}{2}\right) \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n+1-\alpha-\beta)}{\Gamma(n+1-\alpha)\Gamma(n+1-\beta)} \times P_n^{(\alpha,\beta)}(x) \int_{-1}^{+1} \frac{f(t)\, P_n^{(\alpha,\beta)}(t)\, dt}{(1+t)^{\alpha}(1-t)^{\beta}}.$$

Pour $\alpha = \beta = \frac{1}{2} - \lambda$ (1) se réduit au développement ultrasphérique de $f(x)$. Darboux, en étudiant la convergence de (1) en points intérieurs

$$(-1 < x < +1),$$

a établi [1] que la série (1) diverge partout, si les ordres d'infinitude de $f(x)$ aux points frontiers sont $\geqq$ que $\frac{3}{4} - \frac{\alpha}{2}$ et $\frac{3}{4} - \frac{\beta}{2}$. Par exemple, le développement (1) de $(1+x)^{\omega}$ diverge partout, si $1 - \alpha > \omega \geqq \frac{3}{4} - \frac{\alpha}{2}\left(\alpha < \frac{1}{2}\right)$, quoique cette fonction est à variation bornée et continue dans $(\varepsilon - 1, 1)$.

Mais en se bornant aux polynomes $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ avec $\alpha + \beta < 0$ et $|\alpha - \beta| < 1$, on démontre le théorème que voici :

*Pour $\alpha + \beta < 0$ et $|\alpha - \beta| < 1$ la série (1) en point $x = x_0$ est sommable $(C, \delta > 1 + \alpha - \beta)$ avec la somme $\frac{1}{2}[f(x_0 - 0) + f(x_0 + 0)]$, si $f(x)$ est à variation bornée dans le voisinage de ce point $x_0$; la sommabilité est uniforme dans tout intervalle de continuité de $f(x)$, compris dans un intervalle, où $f(x)$ est à variation bornée.*

Par exemple, le développement divergent de la fonction $(1+x)^{\omega}$, où $\omega \geqq \frac{3}{4} - \frac{\alpha}{2}$, est uniformément sommable $(C, \delta > 1 - \alpha - \beta)$ vers la fonction développée dans l'intervalle $1 \geqq x \geqq \varepsilon - 1$ $(\varepsilon > 0)$.

La démonstration dudit théorème est basée sur un théorème de Chapman [2] et sur la sommabilité $(C, \delta > 1 - \alpha - \beta)$ de la série

$$(2) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1-\alpha-\beta}{2}\right) \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n+1-\alpha-\beta)}{\Gamma(n+1-\alpha)\Gamma(n+1-\beta)} P_n^{(\alpha,\beta)}(x)\, P_n^{(\alpha,\beta)}(t)$$

---

(1) *Journal de Liouville*, 3e série, t. 4, 1878, p. 393.

(2) *Quaterly Journal*, t. 43, 1912, p. 1-53 (§ 1, théor. II, A).

avec la somme zéro pour $x \neq t$, si $\alpha + \beta < 0$ et $|\alpha - \beta| < 1$, la sommabilité étant uniforme pour $|x - t| \geq \varepsilon$ $(\varepsilon > 0)$. La recherche de sommabilité $(C, \delta)$ de la série (2) se réduit à son tour grâce aux formules

$$(3)\quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\rho - \frac{1}{2}\right)}{(1+x)^\alpha (1-x)^\beta} P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{2^{\frac{1}{2}+\beta}\Gamma(n-\beta+1)}{\Gamma(\rho+\alpha)\Gamma(n+1)} \int_0^\theta \int_0^\omega \frac{\sin\omega \left(\cos\frac{\omega}{2}\right)^{\beta-\alpha} \cos(n+\rho)\varphi\, d\varphi\, d\omega}{(\cos\omega - \cos\theta)^{\frac{3}{2}-\rho}(\cos\varphi - \cos\omega)^{\rho+\alpha}},$$

$$(4)\quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\rho - \frac{1}{2}\right)}{(1+x)^\alpha (1-x)^\beta} P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{2^{\frac{1}{2}+\alpha}\Gamma(n-\alpha+1)}{\Gamma(\rho+\beta)\Gamma(n+1)} \int_\theta^\pi \int_\omega^\pi \frac{\sin\omega \left(\sin\frac{\omega}{2}\right)^{\alpha-\beta} \cos[(n+\rho)\varphi - \rho\pi]\, d\varphi\, d\omega}{(\cos\theta - \cos\omega)^{\frac{3}{2}-\rho}(\cos\omega - \cos\varphi)^{\rho+\alpha}},$$

où $x = \cos\theta$ et $2\rho = 1 - \alpha - \beta$, à l'étude de la série

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+\rho)\frac{\Gamma(n+2\rho)}{\Gamma(2\rho)\Gamma(n+1)} \cos[(n+\rho)u - \rho\pi] \qquad (0 \leq u \leq 2\pi),$$

qui est sommable $(C, \delta > 2\rho)$ et a zéro pour somme, si $u \neq 0$, $2\pi$, et l'est même uniformément dans l'intervalle $(\varepsilon, 2\pi - \varepsilon)$.

La formule (3) n'est valable que si $\alpha + \beta < 0$, $\beta - \alpha < 1$ et la formule (4) que si $\alpha + \beta < 0$, $\alpha - \beta < 1$. Il est très probable que les restrictions $\alpha + \beta < 0$ et $|\alpha - \beta| < 1$ dans l'énoncé du théorème ne sont nullement nécessaires et qu'on les lèvera, en étudiant la série divergente (2) par une méthode directe.

Cette étude directe doit aussi diminuer l'index $\delta > 1 - \alpha - \beta$ de la sommabilité de la série (2) jusqu'à $\delta > \frac{1-\alpha-\beta}{2}$ pour $|x| < 1$ et même jusqu'à $\delta > 0$, si $x$ et $y$ se trouvent tous les deux à l'intérieur de l'intervalle $(-1, +1)$. Enfin la série (2) n'est pas sommable $\left(C, \delta \leq \frac{1-\alpha-\beta}{2}\right)$ pour $|y| = 1$, $|x| < 1$ et ne l'est pas non plus $(C, \delta \leq 1 - \alpha - \beta)$ si $x = -y = \pm 1$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la détermination des températures atteintes dans les réactions explosives.* Note [1] de M. **Henri Muraour**, présentée par M. Vieille.

*Recherche, par l'emploi d'une détente brusque, de la décomposition réelle des gaz au moment de l'explosion.* — La détermination des températures atteintes dans les réactions explosives n'a pu, jusqu'ici, être effectuée par des mesures directes. Deux méthodes indirectes permettent de les évaluer.

La première consiste à calculer $t$ à partir de la quantité de chaleur dégagée par la réaction et des chaleurs spécifiques.

La seconde consiste à calculer $t$ à partir de la pression mesurée à la bombe et du volume gazeux.

Les deux méthodes supposent connue la composition des gaz au moment de l'explosion et supposent résolue cette question : Le méthane, corps formé à partir de CO avec contraction, existait-il au moment de l'explosion, ou s'est il formé pendant le refroidissement.

Suivant que l'on admet l'une ou l'autre hypothèse, on obtient pour le volume gazeux et par conséquent pour la température, des valeurs très différentes, l'écart pour $t$ ne pouvant dépasser 400°.

D'autre part, la proportion de méthane augmentant lorsque la densité de chargement augmente, on est conduit à admettre, dans l'hypothèse de l'existence du méthane au moment du maximum de pression, que la température d'explosion d'une poudre est fonction de la densité de chargement, la variation de la température pouvant dans certains cas atteindre 80 pour 100.

La composition gazeuse au moment de l'explosion a été étudiée par le lieutenant-colonel Kœhler et Poppenberg. Deux modes opératoires ont été utilisés.

Dans le premier (Kœhler-Poppenberg) les explosifs, mélinite, tolite placés dans une bombe de grande capacité, ont été amorcés par une capsule de fulminate. La proportion de méthane trouvée a été très faible.

---

[1] Séance du 12 mai 1919.

Mais l'absence de méthane dans les produits d'une détonation qui se propage à une vitesse voisine de 6000$^{m}$ à la seconde, soit 2 millionièmes pour une pastille de 12$^{mm}$ d'épaisseur, ne suffit pas pour démontrer l'absence de ce gaz dans les produits de la combustion de la poudre B en vase clos, le méthane pouvant se former en quantité importante pendant la durée de combustion de la poudre qui varie de plusieurs millièmes à plusieurs centièmes de seconde.

Dans le second (Poppenberg), on a utilisé un dispositif particulier : canon de fusil très court, fixé sur une bombe, projectile arrêté par un matelas de plomb, les résultats n'ont pas été très nets, la plus grande différence n'atteignant pas 1,6 pour 100. De plus, la pression maxima réalisée dans le canon de fusil n'a pas été enregistrée. Or on sait que la teneur des gaz en méthane diminue très vite lorsque la pression s'abaisse. Enfin, la combustion de la poudre n'a pas été complète et une partie a pu brûler dans la grosse bombe sous faible pression et par conséquent sans formation de méthane.

En fait, en ce qui concerne la combustion des poudres dans la bombe et dans les armes, le problème a été considéré comme non résolu, et dans les récents travaux des auteurs les plus qualifiés, les calculs sont effectués en admettant la présence du méthane au moment de l'explosion (¹).

Nous avons repris la question en opérant sur des poudres donnant des gaz riches en méthane et avons recherché un dispositif permettant de refroidir rapidement les gaz, tout en réalisant une pression maxima très voisine de celle obtenue dans les essais à la bombe.

Dans ce but, nous avons utilisé une bombe à érosion (type du Laboratoire central des Poudres) dans laquelle les gaz de l'explosion s'échappent à travers un grain d'acier percé d'un canal de 1$^{mm}$ de diamètre.

Avec ce dispositif, la pression maxima réalisée est très voisine de celle obtenue à la bombe ordinaire pour une même densité de chargement.

La bombe à érosion est fixée par un bouchon particulier sur une bombe de 4$^{l}$ munie d'un robinet. Le grain à érosion en acier est fixé à l'intérieur du bouchon qui réunit les deux bombes. Les gaz de l'explosion, déjà refroidis par leur passage à travers le canal de 1$^{mm}$ de diamètre qui traverse le grain, se détendent brusquement dans la bombe de 4$^{l}$ dans laquelle on a préalablement fait le vide. Le refroidissement est ainsi très rapide, la force vive des molécules s'amortissant sur toute la surface intérieure de la bombe de 4$^{l}$ qui est considérable (environ 1589$^{cm^2}$).

Dans certains essais, et pour obtenir un refroidissement encore plus énergique, on a introduit, dans la bombe de 4$^{l}$, soit une lame d'argent

---

(¹) Voir notamment *Mémorial de l'Artillerie navale*, 1914, p. 211 et 272.

de $34^{cm} \times 12^{cm} \times 0,03$, soit $500^{cm^3}$ de mercure. La bombe est alors placée verticalement.

Dans une de ces expériences, le grain d'acier a été bouché avec un petit fragment de plomb de façon à supprimer la fuite, d'ailleurs très faible, qui existe dans la période d'allumage.

Les essais ont donné les résultats suivants :

| | | Pour 100 de méthane dans les gaz de l'explosion $H^2O$ liquide. | Pour 100 de méthane dans les gaz de l'explosion $H^2O$ vapeur. |
|---|---|---|---|
| Poudre $BM^5$ type Am. | Bombe ordinaire sans détente. | 4,04 | 3,31 |
| | Détente avec mercure dans la bombe de $4^l$. | 0,78 | 0,64 |
| $BM^5$ spécial n° 1. | Bombe ordinaire sans détente. | 8,30 | 7,23 |
| | Détente simple | 3,01 | 2,70 |
| $BM^5$ spécial n° 2. | Bombe ordinaire sans détente. | 5,63 | 4,44 |
| | Détente avec mercure dans la bombe de $4^l$. | 1,68 | 1,46 |
| $BM^5$ spécial n° 3. | Bombe ordinaire sans détente. | 10,86 | 9,60 |
| | Détente simple | 4,34 | 3,69 |
| | Grain bouché avec du plomb. | 5,43 | 4,73 |
| | Détente sur lame d'argent. | 3,23 | 2,73 |
| | Détente avec mercure dans la bombe de $4^l$. | 3,71 | 3,05 |
| BF spécial n° 47. | Bombe ordinaire sans détente. | 12,90 | » |
| | Détente simple | 5,32 | » |

Des résultats identiques ont été obtenus en substituant au grain d'acier un grain d'argent.

CONCLUSIONS. — *Les expériences exécutées dans la bombe à érosion, avec détente brusque des gaz, montrent d'une façon indiscutable que la plus grande partie, sinon la totalité du méthane contenu dans les produits de la combustion des poudres se forme pendant la période de refroidissement.*

*Dans le calcul des températures d'explosion, les résultats les plus exacts seront donc obtenus en rétrogradant la totalité du méthane en* $CO + H^2$.

On remarquera que la non-existence du méthane au moment de l'explosion implique, s'il n'y a pas de dépôt de carbone, la constance du volume gazeux.

Par suite et contrairement à ce qui est généralement admis, la température d'explosion des poudres n'augmente pas lorsqu'on élève la densité de chargement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une nouvelle colonne à distiller, pour laboratoire, et sur la mesure de son efficacité.* Note [1] de M. **M.-H. Robert**, présentée par M. Maurice Leblanc.

I. M'inspirant des appareils industriels de distillation fractionnée, dont l'efficacité est supérieure à celle des appareils de laboratoire, j'ai réalisé, dans la colonne en verre qui fait l'objet de cette Note, des dispositifs analogues à ceux qu'on emploie dans l'industrie : 1° en isolant thermiquement la colonne proprement dite par un manchon vide d'air; 2° en la surmontant d'un rétrogradateur, qui alimente la colonne en liquide par condensation partielle des vapeurs.

II. La colonne que j'ai adoptée (*fig.* 1) possède des étranglements successifs, supportant chacun un petit entassement A (haut de $5^{cm}$ à $6^{cm}$) de cylindres de verre de $7^{mm}$ à $8^{mm}$ de diamètre et de même hauteur. Cette colonne est soudée à l'intérieur d'un manchon en verre B, où l'on a fait un vide très poussé, analogue à celui des vases de Dewar.

Le rétrogradateur est constitué par un réfrigérant à air C, à grande surface, de modèle quelconque (pointes de Vigreux, boules, etc.). On peut faire circuler un courant d'air plus ou moins intense dans la double enveloppe D, à l'aide d'une trompe à eau ou mieux d'une soufflerie.

Un dispositif analogue à celui des ballons de Berthelot permet, en entourant le thermomètre d'une double gaine de vapeurs, de connaître exactement le point d'ébullition des produits allant au réfrigérant descendant [2].

III. On règle la marche de l'appareil à la fois par le chauffage du ballon et par le courant d'air du rétrogradateur, de façon que ce dernier alimente abondamment la colonne, sans cependant y produire d'engorgements, et que le liquide recueilli coule à la vitesse d'une goutte par seconde. Dans ces conditions, la distillation s'arrête d'elle-même, par condensation totale des vapeurs, quand le produit le plus léger est passé.

IV. Cet appareil, employé à diverses séparations, a donné les résultats suivants :

*Séparation alcool-eau.* — Une seule rectification de l'alcool à 50° fournit 93 pour 100 de l'alcool contenu sous forme d'alcool à 95°-96°.

---

[1] Séance du 12 mai 1919.

[2] M. Gerbaut a bien voulu se charger de la réalisation de ce premier appareil.

*Extraction de l'hexahydrotoluène de l'essence de Bornéo.* — Après cinq rectifications de cette essence, débarrassée de carbures benzéniques par nitration, j'ai obtenu une importante fraction d'hexahydrotoluène sensiblement pur, fondant à $-129°$ (corps pur : $-126°,4$ d'après Timmermans).

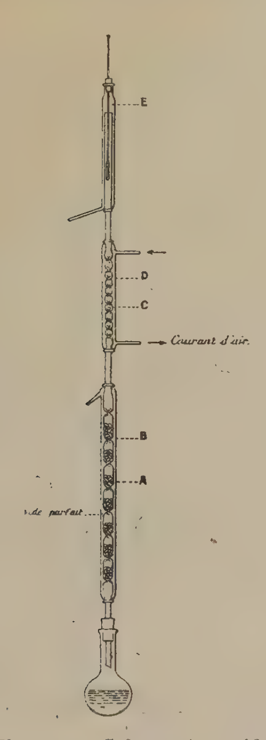



Fig. 1. — Colonne à rectifier à grand pouvoir séparateur. Ensemble ($\frac{1}{10}$).

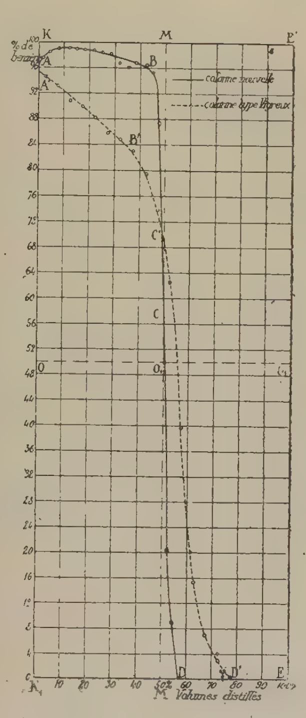



Fig. 2. — Diagrammes de distillation.

*Fractionnement de l'essence de pétrole américaine.* — M. P.-E. Erckmann a pu séparer, par trois rectifications, les carbures suivants :

| | Point de fusion. | |
|---|---|---|
| Pentane........... | $-133°$ | Timmermans : $-130°,8$ (¹) |
| Hexane............. | $-95°$ | » $-94°,03$ |
| Heptane........... | $-103°$ | » $-97°,01$ |

*Purification de l'anhydride acétique contenant de l'acide acétique.* — On obtient à l'état pur les $\frac{4}{5}$ de l'anhydride contenu, par une seule rectification.

---

(¹) TIMMERMANS, *Bull. Soc. chim. Belg.*, t. 25, p. 216.

L'appareil fonctionne donc également bien pour des corps à point d'ébullition élevé (anhydride acétique + 139°,5) et pour des corps à bas point d'ébullition (pentane + 36°). Il me paraît même possible d'opérer des distillations fractionnées au-dessous de la température ambiante, par réfrigération convenable du rétrogradateur.

V. Pour apprécier l'efficacité de cette colonne, j'ai distillé, à la vitesse moyenne d'une goutte par seconde, un mélange à parties égales de benzène et de toluène purs, en recueillant des fractions égales. J'ai déterminé la teneur en benzène de chacune de ces fractions en comparant leurs points de solidification commençante avec ceux de mélanges connus [1]. La courbe obtenue en portant, en abscisses, successivement les quantités de distillat recueillies dans chaque fraction, et en ordonnées leur teneur en benzène, constitue le diagramme de fonctionnement de l'appareil.

La figure 2 donne les diagrammes de la colonne nouvelle (ABCDE) et celui d'une colonne type Vigreux, très puissante, à 14 rangées doubles de pointes (A'B'C'D'E). Le diagramme d'un appareil parfait serait $KMM_1E$, celui d'un appareil complètement inefficace $OO_1O_2$.

En appelant $v$ la quantité de benzène contenue dans le mélange primitif, et $a$ et $b$ les quantités de benzène et de toluène contenues dans la première moitié du distillat, j'ai adopté pour coefficient d'efficacité le rapport

$$E = \frac{a - b}{v},$$

qui est nul pour une colonne complètement inefficace, et égal à 1 pour une colonne parfaite.

---

(1) Le diagramme des points de solidification commençante des mélanges benzène-toluène, dont nous donnons ci-dessous quelques points, a été établi par M. Masson (Communication inédite).

| Pour 100 de benzène. | Point de solidification commençante. | Pour 100 de benzène. | Point de solidification commençante. | Pour 100 de benzène. | Point de solidification commençante. |
|---|---|---|---|---|---|
| | ° | | ° | | ° |
| 0 | + 5,5 | 40 | −20,5 | 80 | −67,4 |
| 5 | + 2,8 | 45 | −24,8 | 85 | −80,0 |
| 10 | 0 | 50 | −29,4 | 88 | −99,8 |
| 15 | − 2,9 | 55 | −34,3 | (eutectique) | |
| 20 | − 6,0 | 60 | −39,6 | 90 | −98,0 |
| 25 | − 9,3 | 65 | −45,4 | 95 | −96,0 |
| 30 | −12,8 | 70 | −51,8 | 100 | −94,5 |
| 35 | −16,5 | 75 | −59,0 | // | // |

Pour la colonne type Vigreux, j'ai trouvé

$$E = 0,73,$$

et, pour la colonne nouvelle,

$$E = 0,94.$$

Cette colonne permet donc de réaliser presque quantitativement certaines séparations.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur une conséquence importante de la synthèse industrielle de l'ammoniaque.* Note de M. **Georges Claude**, présentée par M. d'Arsonval.

Au moment où, après ceux de la guerre, les besoins de la paix donnent une ampleur si grande au problème de l'azote et où la notion de prix de revient, si longtemps abolie, impose un choix prudent parmi les solutions multiples que comporte ce problème, il est devenu possible d'indiquer un point de vue qui m'a guidé moi-même dans les recherches que je poursuis depuis deux ans et qui, non signalé encore à ma connaissance, paraît capable d'avantager d'une façon remarquable celles de ces solutions qui visent *à la synthèse directe de l'ammoniaque.*

En temps de paix, le but essentiel de la fixation de l'azote, c'est la fabrication des engrais : un procédé qui fournit l'ammoniaque doit donc être complété par des moyens permettant d'engager cette ammoniaque, peu transportable et non assimilable, en un produit aisément transportable, directement utilisable comme engrais. A part la transformation en nitrate, déjà plus rationnelle, le seul moyen qui ait été envisagé pour cela, tant pour l'ammoniaque provenant de la cyanamide que pour celle résultant de la synthèse directe, c'est la transformation classique en sulfate, qui nécessite d'énormes quantités d'acide sulfurique coûteux et dépourvu de toute valeur fertilisante.

Tout au plus s'est-on préoccupé en Allemagne de diminuer les frais de cette transformation en s'inspirant d'un procédé français et empruntant au gypse son acide sulfurique. C'est ainsi qu'on travaillerait déjà chez nos voisins, si l'on en croit les dires des ingénieurs allemands aux délégués français chargés de constater l'état de cette industrie.

Pourtant, le *sulfate* d'ammonium n'est pas l'unique sel capable de servir d'engrais. On sait, depuis les travaux de notre compatriote Georges

Ville, que le *chlorure* le vaut au moins à cet égard, tandis que son poids moindre à quantité d'azote égale lui donne pour les transports une supériorité très nette.

On peut dès lors se proposer de transformer en chlorure l'ammoniaque synthétique.

Si l'on n'aboutissait ainsi qu'à remplacer l'acide sulfurique par l'acide chlorhydrique, le résultat serait médiocre : c'est heureusement d'autre chose qu'il s'agit.

On sait que dans la fabrication de la soude à l'ammoniaque (Fresnel, Schlœsing et Rolland, Solvay, etc.), une quantité donnée d'ammoniaque transforme en carbonate de soude des quantités indéfinies de sel marin et d'acide carbonique : le chlore du sel marin, fixé d'abord sur l'ammoniaque est, lors de la régénération de celle-ci par la chaux, transformé en chlorure de calcium, lequel est perdu.

Or si, au lieu d'une masse donnée d'ammoniaque servant de mise de fonds, nous sommes en possession, grâce à un procédé de synthèse, de quantités indéfinies de ce corps, le problème change, et il est bien plus simple : il n'y a naturellement plus lieu de régénérer l'ammoniaque et il suffit de s'arrêter à la formation du chlorure d'ammonium et du bicarbonate de soude, puis de recueillir séparément, par précipitations successives, l'un et l'autre de ces sels, par une méthode dérivée de l'élégant procédé de Schreib.

Ainsi nous atteignons notre but, qui est de transformer l'ammoniaque en engrais transportable, mais c'est le chlore du sel marin, perdu dans l'industrie de la soude, qui y remplace l'acide sulfurique coûteux; ainsi nous relevons cette industrie de son plus gros défaut, la perte du chlore du sel marin; ainsi nous l'affranchissons de la sujétion d'avoir à se débarrasser d'énormes quantités de chlorure de calcium; et pour peser tout l'intérêt de ces constatations, on observera que de chaque tonne d'azote fixé doivent résulter comme sous-produit plus de *trois tonnes* de carbonate de soude.

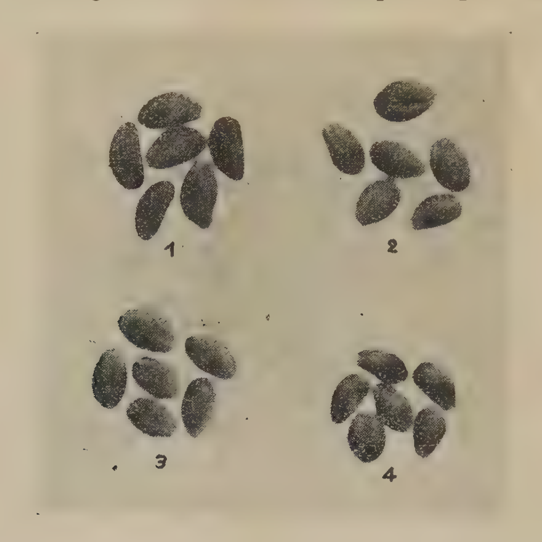
Ainsi se justifient un peu plus largement les préférences de ceux qui voient dans la synthèse de l'ammoniaque la solution d'avenir du problème de l'azote.

BOTANIQUE. — *Sur la stabilisation de caractères dans les plantes salées.* Note de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Si l'on compare deux plantes de la même espèce, l'une A, placée dans les conditions normales, l'autre B, placée dans les mêmes conditions et, en outre, soumise à l'action d'un agent *f*, on trouve couramment, entre B et A, des différences d'une grandeur et d'une importance qui sont sous la dépendance de *f* envisagé à divers points de vue, tels que qualité, quantité, mode d'application et durée de l'action de cet agent. Imaginons la comparaison dans le temps, des générations successives $A_1$, $A_2$, etc. dérivées de A et traitées comme A, et $B_1$, $B_2$, etc., dérivées de B et traitées comme B, on est amené à penser que $A_1$, $A_2$, etc., se ressembleront entre elles et ressembleront à A; que $B_1$, $B_2$, etc., différeront de A, mais ne seront pas nécessairement semblables entre elles, ni semblables à B, parce que l'action de *f* se répétant dans les générations successives, son effet, la différence, le caractère peut s'amplifier progressivement jusqu'à l'infini ou jusqu'à une limite que l'on peut prévoir sans la préciser. A ce point de vue, on peut faire des distinctions et imaginer les cas de caractère seulement provoqué et de caractère acquis, dans une même plante B ou dans la série des plantes B, dérivées les unes des autres. Dans une même plante, le caractère seulement provoqué se manifeste tant que *f* agit et disparaît quand l'action de *f* cesse; le caractère acquis persiste même quand *f* n'agit plus sur la plante considérée. Dans la série des plantes dérivées les unes des autres, le caractère seulement provoqué réapparaît chaque fois que l'agent *f* intervient et disparaît quand *f* n'agit plus; le caractère acquis par les plantes B influencées par l'agent *f* persiste sans modification dans les générations suivantes. Si ces dernières ne sont plus soumises à l'action de *f* et si le caractère acquis persiste encore, c'est un caractère hérité et il y a hérédité. Acquisition de caractère, hérédité de caractère comportant des variations, des degrés que je ne puis envisager ici. Je me contente de retenir la possibilité de cette gradation dans les résultats de l'action d'un agent sur la variation d'une plante : caractère provoqué, caractère acquis, caractère hérité, pour interpréter mes cultures de *Lepidium sativum* arrosées à l'eau salée (les plantes B) ou arrosées à l'eau ordinaire (les plantes A).

Parmi les caractères des B, il en est qui ne peuvent être que provoqués,

soit parce que chaque plante ne peut pas courir tout son cycle de développement et donner des graines, soit parce que, donnant encore des graines, celles-ci ne germent pas. Ceci est lié à l'incompatibilité de la salure en quantité au mode d'application, avec la vie des plantes. Dans les cas de compatibilité, parmi les caractères provoqués capables de devenir caractères acquis et peut-être hérités, je ne m'arrêterai, pour le moment, qu'à celui de la forme de la graine. Comme l'indique la photographie ci-jointe,




donnant un grossissement d'environ trois diamètres, la graine des B (n° 2 et n° 4) est plus courte, plus arrondie, plus dodue que la graine des A (n° 1).

Ce caractère des B n'est pas apparu brusquement, il s'est établi lentement pendant huit générations. Est-il acquis? Je n'ai pas fait d'expériences en modifiant mes arrosages dans une même génération, pour ne pas trop compliquer ces expériences, et je ne puis répondre exactement à ce point de vue; mais il y a des différences entre les graines n° 2 et n° 4 qui montrent que l'acquisition n'est pas encore complète. D'autre part, les graines n° 3 sont intermédiaires entre les graines de n° 1 et celles de n° 2, plus voisines des premières que des secondes; le caractère considéré s'y trouve indiqué faiblement, mais représenté tout de même; or ces graines ont été produites par les plantes $B_6$ arrosées à l'eau ordinaire, non soumise à l'agent $f$, qui est ici la salure. Ces résultats paraissent de peu d'importance, si l'on considère que j'en suis à la huitième génération.

Cependant ils montrent le caractère provoqué, laissant entrevoir, dans l'avenir, le caractère acquis avec possibilité de caractère hérité, et engageant, malgré leur médiocrité apparente, à poursuivre les expériences si, en particulier, on se laisse guider par la conception suivante déjà esquissée. L'action de la salure, convenablement dosée, s'exerçant sur de nombreuses générations successives, ne pourrait-elle pas amplifier progressivement le caractère provoqué dans des conditions telles qu'après la $n^{\text{ième}}$ génération, par exemple, la plante complètement adaptée à la dose de salure employée demeure désormais semblable à elle-même dans les générations ultérieures traitées de la même manière que les générations antérieures à cette $n^{\text{ième}}$ génération ? Il y aurait fixation, stabilisation du caractère considéré qui serait alors véritablement acquis.

Ce n'est qu'une hypothèse; mais, par ce qui est déjà connu, on peut se laisser tenter d'en poursuivre la vérification. En ce moment, nous n'en sommes qu'à la période de prestabilisation du caractère, il reste à le voir s'accentuer encore dans les années suivantes jusqu'au moment où il sera complètement fixé, inchangeable. Alors les graines n° 2 et n° 4 seront rigoureusement semblables. On est amené à penser que les graines n° 3 leur seront peut-être semblables aussi et que l'hérédité véritable sera établie, si cette hérédité est possible.

Ce que j'ai dit pour le caractère « forme des graines » pourrait se répéter pour quelques autres caractères dont j'ai déja parlé [1].

BOTANIQUE. — *Sur le lieu d'absorption de l'eau par la racine.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une précédente Communication [2], j'ai montré que, contrairement à l'opinion courante, la racine peut absorber l'eau, d'une manière parfaite, par son sommet. Il y a lieu, maintenant, de chercher à se rendre compte dans quelle proportion cette absorption intervient, comparativement à celle,

---

(1) Pierre Lesage, *Plantes salées et transmissibilité des caractères acquis* (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 440); *Sur la transmissibilité des caractères acquis par les plantes arrosées à l'eau salée* (Rapport résumé donnant l'état actuel et la bibliographie de mes recherches sur le sujet, présenté à l'Académie des Sciences le 24 juin 1918).

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 519.

supposée existante, des autres régions de la racine. Dans le but d'avoir quelque idée sur la question, j'ai noté la manière de se comporter de deux racines identiques, appartenant à la même espèce, mises à plonger, toutes deux, dans l'eau, l'une (A) par sa pointe seulement, l'autre (B) par sa totalité, c'est-à-dire, à la fois, par sa pointe et par sa région pilifère, laquelle est couverte de *poils* improprement appelés *absorbants* comme on le verra plus loin. Les expériences étaient toujours faites en atmosphère très humide ([1]) à l'obscurité et à une température constante (23°). Voici, à titre d'exemples, quelques-uns des résultats obtenus avec six jeunes germinations de *Pois gris*, de *Fève* et de *Soleil*.

| | | A. (*pointe seule dans l'eau*). | | B. (*racine entière dans l'eau*). | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Au bout de | Accroissement de la racine. | Nombre de radicelles. | Accroissement de la racine. | Nombre de radicelles. |
| Pois gris. Racines initiales de 3cm,2 (A) et de 2cm,5 (B). | 24 heures. | cm 2,8 | 0 | cm 0,4 | traces |
| | 48 » .. | 3,8 | 6 | 1,5 | 4 |
| | 72 » .. | 4 | 15 | 1,7 | 4 |
| | 96 » .. | 6,3 | 15 | 3,5 | 4 |
| | 120 » .. | 7,8 | 16 | 4 | 5 |
| Fève. Racines initiales de 3cm,5 (A) et de 5cm (B). | 24 heures.. | 1,3 | 0 | 1,5 | 0 |
| | 48 » .. | 5,7 | 0 | 2,5 | 0 |
| | 72 » .. | 7,5 | 11 | 4,5 | 14 |
| | 96 » .. | 11 | 20 | 6 | 16 |
| | 120 » .. | 13,5 | 20 | 7 | 22 |
| Soleil. Racines initiales de 1cm,2 (A) et de 2cm (B). | 24 heures.. | 3,8 | 0 | 1,7 | 0 |
| | 48 » .. | 5 | traces | 2 | traces |
| | 72 » .. | 13,3 | 40 | 3 | 10 |
| | 96 » .. | 15 | 40 | 4 | 10 |
| | 120 » .. | 17,8 | 40 | 5 | 10 |

La très grande majorité des autres espèces expérimentées (*Potiron*, *Pin*, *Maïs*, *Ricin*, etc.) ont donné des résultats analogues à ceux que je viens de

---

([1]) Si l'atmosphère n'était pas humide, les racines se dessècheraient et mourraient très rapidement, ainsi que j'ai pu le constater dans un flacon de cultures en enlevant simplement leur bordure de ouate. C'est, vraisemblablement, pour avoir négligé ce détail et avoir opéré en plein air que les anciens auteurs voyaient les racines périr lorsqu'ils ne les plongeaient dans l'eau que par leur sommet.

détailler. Seules celles du *Lupin blanc* et de la *Belle-de-nuit* ont, en A et en B, au point de vue de leur racine, manifesté une vigueur égale ou à peu près égale.

Toutes ces expériences sont, on le voit, unanimes à montrer que *la racine plongée intégralement dans l'eau ne s'accroît pas plus vite que celle qui n'y plonge que par son sommet seulement.* Bien plus, la première atteint, presque toujours, un développement moindre que la seconde, ce qui *a priori* semble paradoxal, mais peut s'expliquer, semble-t-il, par ce fait, déjà reconnu, que l'eau, d'une manière générale, retarde la croissance. D'autre part, on peut remarquer que l'eau altère, souvent, les poils radicaux et, comme l'on peut s'en assurer au microscope, en font éclater quelques-uns, d'où une véritable lésion de la surface radiculaire.

Bien que la chose n'apparaisse pas découler d'une manière indubitable des expériences relatées ci-dessus, on a cependant l'impression que la racine absorbe l'eau exclusivement par sa pointe et nullement par le reste de son étendue. Cette impression devient presque une certitude si, comme prétendent l'avoir fait les anciens auteurs, on place une racine dans l'eau de telle sorte qu'elle n'y plonge que par sa région pilifère et non par sa pointe. A vrai dire, cette manière d'opérer est très difficile et, vu les soins qu'elle exige, j'ai quelques doutes que les premiers — et sans doute les seuls — qui l'ont rapportée l'aient effectuée avec toute la rigueur désirable. L'expérience est même impossible à tenter avec les 99 centièmes des plantules, la racine étant trop courte, difficile à courber ou, parfois, couverte, presque dès sa naissance, de jeunes radicelles. En s'adressant cependant à certaines plantules de Pois ou de Maïs, on finit, vu la longueur des racines, à les replier de manière que leur région pilifère plonge dans l'eau, tandis que la partie terminale est dans l'air humide (¹). Dans ces conditions, on voit très nettement que la racine *ne s'accroît pas ou presque pas* (un millimètre par exemple en 24 heures); tout au plus constate-t-on que la pointe présente une légère inflexion pour redevenir verticale vers le bas. Au bout d'un jour ou deux, la plantule semble pourtant prendre une légère vigueur, ce qui se manifeste par l'élongation — *très légère* — de la racine et des autres parties végétatives. Mais, à examiner les choses de

(¹) Cette pointe étant dans une atmosphère humide ne risquait pas de se dessécher et de mourir. Il n'y avait donc pas lieu, comme cela est décrit dans les vieilles expériences, de la recouvrir d'une couche d'huile, dont, d'ailleurs, l'inocuité relativement aux cellules du point végétatif serait à démontrer.

plus près, on se rend compte que cette minime recrudescence coïncide, exactement, avec l'apparition de courtes radicelles naissant entre les poils radicaux. Dès lors, on comprend que la plantule s'accroît du fait de l'absorption de l'eau, non par les poils radicaux, mais par la pointe des nouvelles radicelles. Ce doit être là la cause pour laquelle les physiologistes avaient cru pouvoir attribuer à la zone pilifère un rôle exclusivement absorbant pour l'eau.

En résumé, je conclus que *la racine absorbe l'eau exclusivement par son sommet et nullement par les poils radicaux*. Ceux-ci, qui d'ailleurs, dans la majorité des cas, ne se développent guère que dans l'*air humide*, semblent n'avoir pour fonctions [1] que celles : 1° de protéger la racine contre une évaporation trop rapide, qui, pour elle et pour les plantes, serait mortelle; 2° de se fixer aux particules du sol et de donner, indirectement, un point d'appui au sommet de la racine pour lui permettre de pénétrer le plus avant possible dans la terre. Cette dernière hypothèse s'appuie, d'autre part, sur ce fait, facile à constater, que, lorsqu'on cherche à obtenir des germinations à la surface d'un sol poreux et légèrement humide, seules celles dont les poils parviennent à se cramponner aux particules terreuses, arrivent à pénétrer plus ou moins longuement dans le milieu, tandis que les autres se contentent de croître à la surface, avec l'*extrême pointe* enfoncée dans une anfractuosité rencontrée par hasard et, elles-mêmes, recourbées de mille manières.

GÉOLOGIE. — *Le terrain houiller sur le littoral de la province d'Oran.* Note de M. **Dalloni**, présentée par M. Pierre Termier.

La stratigraphie des terrains anciens qui forment l'ossature de la chaîne littorale est encore mal connue, notamment dans l'Ouest de l'Algérie. Dans son Mémoire sur le bassin de la Tafna et le Sahel d'Oran, M. L. Gentil, se bornant à enregistrer les idées de ses devanciers, a classé comme « schistes et quartzites primaires » une série assez puissante de marnes schisteuses et de grès quartziteux; mais, par une étude plus approfondie, MM. Doumergue et Ficheur ont montré que les « schistes d'Oran » comprennent surtout des formations jurassiques et crétacées à faciès vaseux, d'ailleurs

---

[1] Outre leur rôle digestif supposé qui, d'ailleurs, demande encore à être démontré d'une façon péremptoire.

fréquemment fossilifères. Les « schistes des Traras » sont encore placés hypothétiquement dans le Silurien.

Depuis les travaux de Pomel, le Permien est le seul étage qui ait été reconnu à peu près par tous les auteurs. Il présente, en effet, le faciès si typique du « Grès rouge ». Dans le Djebel Khar, par exemple, apophyse occidentale du massif d'Arzeu, qui s'élève à $12^{km}$ au nord-est d'Oran, ce terrain comprend des bancs épais d'un conglomérat polygénique, très dur, à galets de quartz, de grès, de lydienne, etc., fortement agglutinés par un ciment argilo-gréseux rougeâtre; des grès rouge-brique, passant au psammite, et des argilites ou schistes rutilants, violacés ou verdâtres. Des empreintes de *Walchia* et des fragments de bois silicifiés de Conifères ont été jadis signalés dans ces couches.

L'allure de la formation est très remarquable; on peut l'étudier facilement depuis peu, grâce à des galeries ouvertes pour reconnaître l'extension des gîtes d'anthracite exploités anciennement sur le rivage et qui ont recoupé plusieurs couches de combustible sous les éboulis considérables qui couvrent le flanc nord du Djebel Khar (Montagne des Lions) en s'étendant jusqu'à la mer. On constate ainsi que le Permien, qui forme la crête de la montagne, reparaît en plusieurs bandes parallèles, de direction sensiblement E-W et dessinant une série de plis assez resserrés. Dans les synclinaux apparaissent le Trias et des terrains plus récents, notamment le Crétacé; dans les axes des anticlinaux, sous les poudingues permiens, se montrent des grès et des schistes noirs à lits de combustible qui ne peuvent appartenir qu'au Carbonifère.

Ces grès sont grossiers, siliceux, de teinte grisâtre et passent à un poudingue à dragées tout à fait analogue au poudingue à petits éléments quartzeux du Houiller; ils alternent avec des schistes noirs, lustrés et séricíteux, parfois fibreux et piquetés de cristaux de pyrite, avec rognons de carbonate de fer hydroxydé. Ces bancs sont très laminés et traversés par de nombreux filonnets de quartz laiteux.

Les travers-bancs ont recoupé plusieurs couches de combustible plus ou moins parallèles, et s'étranglant en formant des « lentilles », vestiges de lits de charbon primitivement continus, mais réduits par le plissement et l'écrasement en une série d'amas interstratifiés dans les schistes; le laminage est souvent si intense que le schiste peut être intimement mélangé à la matière charbonneuse, dont la qualité est, par suite, très irrégulière.

Les analyses indiquent qu'il s'agit d'un anthracite typique, par sa faible proportion en matières volatiles (5 pour 100 au maximum) et sa teneur

élevée en carbone fixe, qui peut atteindre 85 pour 100 pour les échantillons triés, offrant une teinte d'un beau noir, à surface miroitante; mais le combustible est parfois très impur, terreux, friable, formant une véritable bouillie triturée avec sa gangue schisteuse : la proportion des cendres devient alors considérable. Le pouvoir calorifique oscille entre 5000$^{cal}$ et 8000$^{cal}$.

Il est surprenant que la véritable signification de ces gîtes, qui étaient considérés comme crétacés, ait été jusqu'ici si mal comprise. En leur attribuant cet âge, l'ingénieur Ville, qui en avait fait dès 1852 une étude consciencieuse, les rapproche cependant très judicieusement, d'après leurs propriétés et leur composition, des anthracites de la Tarentaise. Il s'agit, en effet, d'une véritable houille métamorphique, modifiée par les plissements intenses de l'Atlas et tout à fait analogue aux anthracites des gisements houillers des Alpes.

Ce terrain anthracifère de l'Ouest algérien offre une identité frappante avec le Houiller du Djurjura, également très plissé et recouvert par le Permien (Feuille de Tazmalt au $\frac{1}{50000}$); on sait que le charbon de la région de Tirourda a fait l'objet de quelques travaux de recherche, qui n'ont pas encore donné des résultats suffisants.

Sur le littoral, le Houiller de la Montagne des Lions se poursuit vers l'Ouest; on le retrouve au cap Falcon, où les schistes noirs qui paraissent alterner avec les poudingues permiens doivent être attribués à ce terrain; au cap Lindless, où des traces de charbon qui ont attiré l'attention se présentent dans les mêmes conditions stratigraphiques. Enfin, il est vraisemblable qu'une partie au moins des « schistes des Traras », recouverts par le Permien des Beni m'nir, appartient ainsi au Carbonifère.

Ces divers lambeaux font partie de l'axe paléozoïque de la chaîne littorale de l'Atlas, qui n'a laissé que quelques témoins sur la côte oranaise et a commencé à se disloquer au début du Miocène; en effet, sous le Djebel Khar, la mer de cette époque s'est avancée sur la pénéplaine primaire et les plis du Houiller et du Permien se sont plus tard déversés sur le Cartennien qui affleure sur le rivage.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les 220 ans d'observations de Paris.* Note de M. **Joseph Lévine**, présentée par M. Bigourdan.

J'ai montré dans ma Note précédente (¹) que nous possédons, dès maintenant, deux périodes complètes de l'onde atmosphérique composée; mais, pour tenter la séparation des ondes élémentaires par l'analyse harmonique, il faudrait avoir à sa disposition les observations détaillées.

Or les 220 années d'observations de Paris se trouvent dispersées dans plusieurs centaines de volumes; ce qui rend les recherches extrêmement pénibles.

C'est pourquoi j'ai cru utile d'étudier un projet de publication en plusieurs volumes, qui ferait disparaître cette anomalie regrettable de voir une série d'observations, peut-être la plus longue du monde, rendre relativement peu de services.

La pression atmosphérique, pour nous directement influencée par les causes cosmiques, constitue l'élément caractéristique des perturbations du temps à la latitude de Paris; aussi, on la réunirait *tout entière* dans le premier Volume de la collection.

Les autres éléments météorologiques, d'un caractère plutôt local, seraient groupés dans les six volumes suivants, par périodes.

On publierait en entier toutes les bonnes observations : les 46 ans à 22 ou 24 observations du Parc de Saint-Maur, les 4 ou 6 observations de l'Observatoire de Paris, les observations de Cotte, etc.

A ces sept volumes il serait très utile d'ajouter une série supplémentaire de 6 autres, dont le premier, destiné à faciliter l'étude de la variation des éléments météorologiques à Paris suivant la verticale, contiendrait un choix judicieux d'observations faites depuis 30 ans, par les soins du Bureau central météorologique, aux différentes plateformes de la Tour Eiffel et, près du sol, dans la cour et sur la terrasse du Bureau; le second Volume, consacré au Magnétisme terrestre, réunirait les observations du Val-Joyeux, du Parc de Saint-Maur et de l'Observatoire de Paris; enfin, les 4 derniers volumes nous permettraient d'avoir sous la main des éphémérides depuis l'an 1700.

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 566.

Dans ces éphémérides on pourrait réunir des données astronomiques relatives à la position des astres, d'après la *Connaissance des Temps;* ensuite, des renseignements sur les taches solaires, les essaims d'étoiles filantes, les bolides, les aurores polaires, les orages, les tremblements de terre, les éruptions volcaniques, les raz de marée, les marées océaniques et les marées de l'écorce terrestre; c'est-à-dire un ensemble de documents pouvant servir à la recherche de relations entre la Physique du globe et la Physique cosmique.

Je ne pourrais, certes, faire ressortir que d'une façon bien incomplète l'intérêt qu'il y aurait à faciliter les recherches météorologiques, en citant simplement deux nombres empruntés à l'*Annuaire de statistique :* pendant la seule année 1912 et rien qu'en France, un seul élément météorologique, bien délimité, la grêle, a causé pour 84 millions de dégâts; ils ont même atteint 222 millions en 1897.

PHYSIOLOGIE. — *Calorimétrie comparée de l'ingestion de viande, d'acide lactique et d'alanine chez l'animal.* Note de M. **Graham Lusk**, présentée par M. Armand Gautier.

Depuis longtemps on sait que l'ingestion de viande élève beaucoup la chaleur dégagée Un chien qui recevait chaque jour, à $5^h$ du soir, une ration alimentaire étalon composée de $100^g$ de viande, $100^g$ de biscuit et $30^g$ de lard, fut placé, le 6 février 1919 à $11^h$, dans un calorimètre respiratoire (modèle Atwater-Rosa) et y resta jusqu'à $13^h$ le jour suivant. A ce moment le tube intestinal pouvait être considéré comme libre de produits nutritifs. La chaleur dégagée était représentée par $15^{cal},93$ calculées d'après l'oxygène absorbé et $16^{cal},08$ mesurées directement. C'est ce que l'on désigne généralement sous le nom de *métabolisme basal*, *métabolisme de base*, c'est-à-dire métabolisme représentant les calories indispensables à l'animal à jeun depuis 14 heures pour maintenir ses fonctions au repos. Tandis que le 24 février, 5 heures après l'ingestion de $1080^g$ de viande, la chaleur produite par ce même chien était évaluée à $34^{cal}$ calculées et $34^{cal},13$ mesurées directement, soit une augmentation de 113 pour 100. Dans les deux cas, le chien était au repos, dans le calorimètre.

A quelle cause doit-on attribuer cet accroissement de chaleur produite?

Les travaux de mon laboratoire [1] ont montré que certains amino-acides comme le glycocolle et l'alanine donnés à un chien peuvent accroître la chaleur développée dans la proportion du nombre de molécules OH et $CO^2H$, glycolliques ou lactiques, qui peuvent être libérées dans la désamination du glycocolle ou de l'alanine.

Comme il n'y a pas accroissement de chaleur produite quand on donne à digérer des acides aspartiques ou glutamiques, de l'asparagine ou de la glutamine, on a conclu que les processus de désamination ou de formation d'urée ne jouent aucun rôle dans l'accroissement de la chaleur produite. La preuve que les acides aminés eux-mêmes ne sont pas les stimulants des transformations métaboliques réside dans le fait que la quote-part de protéine ingérée, qui est absorbée comme amino-acide et reformée en nouvelle protéine dans le corps, n'exerce aucune influence sur l'accroissement de la chaleur produite. Et la preuve que l'augmentation de chaleur produite n'est pas nécessairement dérivée du glycocolle et de l'alanine eux-mêmes, réside dans le fait que lorsque ces substances sont données à un chien qui a de la glycosurie phlorizique, elles sont transformées en glucose sans oxydation et éliminées par l'urine quoique agissant comme stimulants sur les transformations métaboliques.

Les recherches suivantes permettront aussi de comparer l'accroissement des échanges que cause l'ingestion d'acide lactique avec celui provenant de l'ingestion d'alanine.

Le chien XVIII qui m'a servi dans ces recherches recevait le produit à expérimenter l'extrait de viande, l'acide lactique ou l'alanine dissous dans une certaine quantité d'eau.

La solution était donnée à $9^h$ du matin et les recherches commencées à $10^h$. L'animal avait reçu la ration alimentaire étalon la veille à $17^h$.

Résultats obtenus :

---

[1] *Journal of Biological Chemistry*, t. 13, 1912-1913, p. 155; t. 20, 1915, p. 555; t. 36, 1918, p. 415.

| Numéros d'ordre. | Dates. | Régime. | Nombre d'heures. | Quotient respiratoire. | Calories par heure calculées. | Calories par heure trouvées. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 26 décembre 1918. | à jeun (métabolisme basal) | 1 | 0,84 | 17,8 | 15,9 |
| 21 | 27 » | acide lactique 8g, eau 500g | 2 | 0,93 | 20,9 | 21,0 |
| 22 | 31 » | alanine 8g, eau 150g | 2 | 0,90 | 19,3 | 19,2 |
| 23 | 3 janvier 1919. | extrait de viande, eau 500g | 2 | 0,80 | 18,2 | 18,6 |
| 25 | 9 » | à jeun (métabolisme basal) | 2 | 0,90 | 16,3 | 17,3 |
| 27 | 6 février 1919. | » | 2 | 0,85 | 15,9 | 16,1 |
| 34 | 24 » | viande 1080g | 2 | 0,80 | 34,0 | 34,1 |
| 37 | 28 » | à jeun (métabolisme basal) | 2 | 0.85 | 17,3 | 17,0 |
| 39 | 3 mars 1919. | » | 3 | 0,85 | 17,6 | 17,2 |
| 40 | 4 » | acide lactique 8g, eau 500g | 3 | 0,88 | 19,4 | 18,3 |
| 41 | 5 » | à jeun (métabolisme basal) | 3 | 0,82 | 17,5 | 16,7 |
| 42 | 11 » | extrait de viande, eau 500g | 3 | 0,80 | 18,5 | 17,6 |
| 43 | 12 » | à jeun (métabolisme basal) | 2 | 0,81 | 17,1 | 17,0 |
| 44 | 13 » | extrait de viande, eau 500g | 3 | 0,78 | 18,2 | 17,5 |
| 45 | 14 » | » eau 150g | 3 | 0,84 | 17,0 | 16,9 |
| | | | | Moyenne par heure....... | 18,9 | 18,7 |

*Conclusions.* — 1. L'extrait de viande donné à l'animal dissous dans 500g d'eau n'acroît pas la chaleur recueillie au calorimètre (*Recherche*, 45).

2. L'extrait de viande donné dans 500g d'eau accroît la chaleur dégagée de 17cal,4 (*Rech.*, 37, 39, 41, 43) qui est la moyenne du métabolisme basal à 18cal,4 (*Rech.*, 43, 44). Une calorie par heure représente apparemment le travail additionnel développé pour le transport de cette grande quantité de liquide de l'intestin à travers le sang jusqu'au rein.

3. L'ingestion de 8g d'acide lactique dissous dans 500g d'eau élève la chaleur dégagée de 17cal,8 (*Rech.*, 20) à 20cal,9 (*Rech.*, 21), et de 17,4 (moyenne du métabolisme basal) à 19,4 (*Rech.*, 40), soit respectivement un accroissement de 3cal,2 et 2cal,1. Dans ce cas l'acide lactique était administré avec 500g d'eau, ce volume d'eau augmentait le métabolisme d'une calorie par heure.

4. L'ingestion de 8g d'alanine donnée dans 500g d'eau détermine un accroissement de métabolisme de 1cal,5 par heure (*Rech.*, 22).

Les quotients respiratoires des jours où l'acide lactique était ingéré sont plus élevés que ceux des jours où l'on mesurait le métabolisme de base, ce qui indique la combustion de cet acide. Ce qui précède montre que l'acide

lactique est aussi efficace comme stimulant du métabolisme que l'alanine dont il peut provenir dans l'organisme. La conclusion est donc justifiée que l'un des excitateurs essentiels consécutifs à l'ingestion de viande est l'acide lactique qui en dérive par transformation dans l'organisme.

MORPHOLOGIE. — *Sur les pseudo-organismes de fluorosilicates de calcium.* Note de M. **A.-L. Herrera.**

Diverses considérations m'ayant amené à essayer les fluorures et fluorosilicates pour imiter les micro-organismes, je suis arrivé à obtenir des pseudo-amibes et plusieurs autres formes en voie de division et de croissance, présentant un grand nombre d'analogies de structure, de colorabilité, de division, etc. avec les êtres naturels. Ces résultats confirment d'une façon éclatante les belles recherches de MM. Gautier et Clausmann sur la généralité et l'importance du fluor chez les organismes.

*Technique.* — Analogue à celle de Harting. Dans un cristallisoir de $18^{cm}$, on verse $250^{cm^3}$ de silice colloïdale ayant au moins 1019 de densité ou mieux encore 1031, préparée par le procédé de Graham, avec des dyalisations et des concentrations alternatives de silicate alcalin décomposé par HCl. Dans des points opposés du même diamètre et à la plus grande distance possible on met deux sels : bifluorure de potassium ($0^g,10$) et chlorure de calcium ($5^g$). On laisse le tout au repos pendant 24 heures. La silice devra être stérilisée à 120° C. ainsi que les sels. Après 24 heures, on trouve des zones de coagulation de la silice près du chlorure de calcium. On y prélève des plaques gélatineuses; on les lave, puis on les déshydrate avec l'alcool, l'essence, et l'on monte au baume du Canada, avec ou sans coloration préalable.

Des colonies de pseudo-amibes se trouvent sur la silice coagulée, montrant les plus extraordinaires analogies avec les amibes naturelles, ainsi que des globules nucléés et plusieurs autres figures semblables à celles produites par corrosion du verre par l'acide fluorhydrique. Ces pseudo-amibes ont des mouvements très lents, des pseudo-noyaux se divisant par des procédés plus ou moins indirects. Elles prennent les colorants. Pas de croix avec la lumière polarisée, pas de polychroïsme. Il s'agit d'émulsions

très fines, probablement de fluorosilicates de calcium dans des colloïdes siliciques, peut-être du silicate de calcium. La structure cristalline apparaît sous l'influence des alcalis dissolvant le colloïde.

On devra neutraliser exactement la silice colloïdale, un excès d'acide ou d'alcali dissolvant les pseudo-amibes.

La variété et la richesse des structures sont étonnantes. Parfois on observe des sphérolithes ayant un gros nucléus qui prend les colorants et montrant tous les passages possibles entre la cellule et le cristal.

On y observe aussi quelques globules unis en chaînette, avec un seul nucléus granuleux. Ou bien il y a deux nucléus équidistants à l'intérieur d'une ellipse granuleuse, rappelant quelques aspects des diatomées.

Des pseudo-amibes se divisent directement et montrent le pseudo-cytoplasma hyalin étiré en forme de poires unies par l'extrémité la plus mince; le nucléus est granuleux, rougeâtre, en forme d'haltère.

Des pseudo-amibes hyalines ou finement granuleuses ont rampé sur la gélatine silicique et présentent l'aspect vermiforme. D'autres ont des pseudopodes plus ou moins ramifiés. Une des pseudo-amibes photographiées montre de la manière la plus nette deux nucléus réunis par des cordons, comme dans une phase de la caryocinèse.

Ces faits font penser à la possibilité que les organismes vivants aient pu avoir pour origine des silicofluorures, imprégnés, par une évolution séculaire, d'albumines, nucléines, lipoïdes et autres matières organiques, qui ne seraient pas alors primordiales. Mais c'est seulement une hypothèse. Je ne résiste pas toutefois à la tentation de croire que de semblables structures se soient produites par des substances aussi différentes que les albumines et les fluorosilicates. D'ailleurs avec les albumines seules personne n'a produit encore des formes si remarquables.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Synthèse biochimique du cellobiose à l'aide de l'émulsine.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **M. Bridel**, présentée par M. Moureu.

Le *cellobiose* ou *cellose* est un sucre isomère du gentiobiose et du maltose, c'est-à-dire un glucobiose. Il a été découvert en 1901 par H. Skraup et J. König, qui l'ont obtenu en partant de la cellulose du papier. Depuis sa découverte, il a été étudié surtout par Em. Fischer et G. Zemplen (1902

et 1910), L. Maquenne et Goodwin (1904), G. Bertrand et M. Holderer (1909 et 1910).

Cet hexobiose est dextrogyre et possède la multirotation. Son pouvoir rotatoire, plus faible au moment de sa dissolution dans l'eau, atteint en quelques heures la valeur fixe de + 34° (Maquenne et Goodwin). Il réduit la liqueur cupro-potassique : 1$^{mg}$ de cellobiose précipite 1$^{mg}$,38 de Cu (G. Bertrand et Holderer).

Il est hydrolysé par l'émulsine ou plutôt par un ferment dont la spécificité a été établie par ces derniers auteurs : la *cellobiase* ou *cellase*. Cette propriété de l'émulsine conduisait à penser, conformément à la doctrine de la réversibilité des actions fermentaires, que lorsqu'on ajoute ce ferment à une solution aqueuse de glucose, il doit se former du cellobiose, par condensation du glucose, de la même façon et en même temps qu'il se forme du gentiobiose sous l'action de la gentiobiase, laquelle existe aussi dans l'émulsine. C'est ce que nous avions toujours admis, bien que jusqu'ici nous n'ayons jamais pu retirer des produits de la réaction autre chose que du gentiobiose. Les recherches que nous publions aujourd'hui établissent que du cellobiose se forme en effet.

I. Voici d'abord deux expériences, en partie inédites (Em. Bourquelot et A. Aubry), dont les résultats s'accordent avec l'hypothèse que, lorsqu'on fait agir l'émulsine sur le glucose, les deux sucres, gentiobiose et cellobiose, prennent naissance simultanément.

A deux solutions aqueuses de glucose renfermant, l'une 30$^g$ et l'autre 50$^g$ de glucose pour 100$^{cm^3}$, on a ajouté 1$^g$ d'émulsine et on a laissé la réaction synthétisante se poursuivre, à la température ordinaire, jusqu'à l'équilibre. A ce moment, on a ajouté à chacune des deux solutions, convenablement diluées, de la levure haute pour détruire le glucose non combiné. La fermentation terminée, on a filtré et concentré les solutions à sec sous pression réduite. Les résidus avaient comme pouvoir rotatoire respectivement +15°,7 et +15°,9, c'est-à-dire des pouvoirs rotatoires presque identiques, ce qui montre bien que les réactions avaient été les mêmes dans les deux cas. De ces résidus, on a retiré du gentiobiose. Or, le pouvoir rotatoire du gentiobiose est + 10°,2; on voit qu'il avait dû se former, en même temps que lui, un autre sucre à pouvoir rotatoire plus élevé, puisque celui du mélange dépassait +15°. Ce sucre pouvait être le cellobiose dont le pouvoir rotatoire est + 34°. On n'a pas poussé plus loin ces expériences.

II. Dans le travail que nous avons publié le 27 janvier [1], relatif à l'action de l'émulsine sur une solution renfermant, pour $100^{cm^3}$, $60^g$ de glucose, $10^g$ de glycol et $53^g$ d'eau, nous avions réussi à séparer le gentiobiose, le monoglucoside et le diglucoside du glycol; seul, le cellobiose n'avait pas été isolé. Nous avions supposé, ce sucre étant moins soluble dans l'alcool à 95° que les trois autres produits, qu'il était resté dans l'extrait épuisé par ce véhicule.

On a donc dissous cet extrait ($42^g$) dans $60^{cm^3}$ d'eau; on a ajouté à la solution $40^{cm^3}$ d'alcool absolu, ce qui a amené la formation d'un précipité assez volumineux. On a décanté le liquide et on l'a évaporé à sec. On a repris le résidu ($21^g$) à l'ébullition, d'abord par $100^{cm^3}$ d'alcool à 95°, puis par $200^{cm^3}$ d'alcool à 90°. Cette dernière solution a été décantée au bout de 15 jours, puis amorcée en frottant les parois du vase avec l'extrémité d'une baguette de verre, à laquelle adhéraient des traces de cellobiose préparé chimiquement. La cristallisation a commencé dès le lendemain sur les endroits frottés pour se continuer ensuite très lentement. Lorsqu'on a supposé qu'il y avait suffisamment de produit cristallisé pour qu'on pût le caractériser, on l'a recueilli sur un filtre, lavé à l'alcool et laissé sécher à l'air.

Au microscope, ce produit présentait exactement les caractères du cellobiose préparé chimiquement (cristaux ayant la forme d'un croissant). Il était dextrogyre et présentait les phénomènes de multirotation :

| | | |
|---|---|---|
| Pouvoir rotatoire, | 4 minutes après la dissolution ....... | +12°,06 |
| » | 30 minutes après la dissolution....... | +25,74 |
| » | après stabilisation.................. | +30,50 |

En ce qui concerne son pouvoir réducteur, on a trouvé que $51^{mg},8$ ont précipité $71^{mg},99$ de cuivre; autrement dit, que $1^{mg}$ de sucre précipitait $1^{mg},389$ de cuivre (Bertrand et Holderer indiquent $1^{mg},38$).

Enfin, on a constaté que $1^g$ du produit hydrolysé par l'acide sulfurique à 3 pour 100, donnait $1^g,070$ de sucre réducteur.

En résumé, ce produit qui a cristallisé sur amorce de cellobiose, qui présente au microscope la même forme que celui-ci, qui possède la multirotation sans être d'abord lévogyre comme l'est le gentiobiose, dont le

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 253.

pouvoir rotatoire se rapproche suffisamment de celui du cellobiose, dont le pouvoir réducteur est celui du cellobiose, doit être considéré comme étant réellement ce dernier sucre; et ainsi se trouve démontré que, gentiobiase, cellobiase et glucosidase β exercent simultanément leur action synthétisante dans une solution de glucose, ce que nous avions supposé depuis longtemps.

MÉDECINE. — *Appareil pour l'analyse rapide de l'air confiné et des atmosphères insalubres.* Note de M. E. Kohn-Abrest, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai cherché à doter les techniciens de l'hygiène d'un disposif robuste et très simple, qui a pu être réalisé avec les conseils et le concours de MM. Lossier et Thurneyssen.

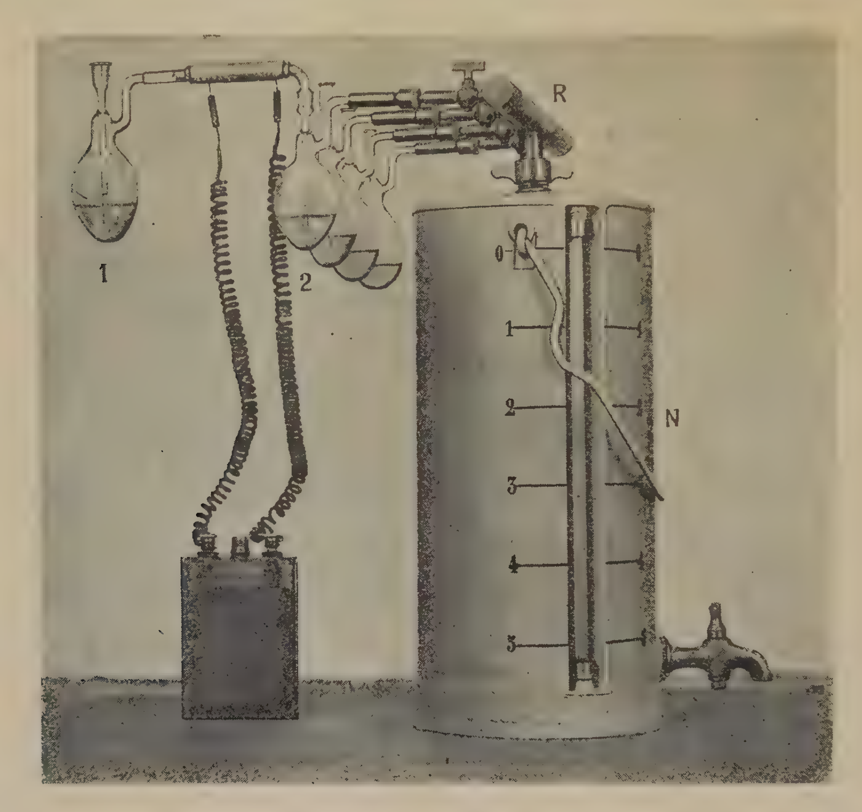
C'est en somme un *seau* en zinc de $5^l$ représenté par la figure ci-contre. L'air est aspiré par écoulement d'eau à travers des flacons laveurs plats de Cloëz, indépendants les uns des autres et disposés en batterie sur une rampe en cuivre R à laquelle ils sont reliés par des tubes métalliques à robinets. La rampe se dévisse et permet le remplissage du *seau*. Chaque flacon est amovible et se prête à un remplacement immédiat. La vitesse d'aspiration la meilleure correspond à 120 on 140 bulles par minute, le volume d'air aspiré est donné par le niveau N.

L'appareil permet, avec des raccords appropriés, de comparer simultanément plusieurs atmosphères différentes.

En général, il y a quatre flacons par rampe. Deux suffisent ordinairement au contrôle de la salubrité d'une atmosphère. L'un d'entre eux sert au dosage de l'acide carbonique, à la recherche et au dosage des autres gaz acides; enfin, grâce à un dispositif spécial, à ceux de l'oxyde de carbone. Le second flacon sert pour vérifier l'absence d'autres gaz nocifs.

*Acide carbonique.* — J'emploie l'eau de baryte qui, entre autres avantages, absorbe, et cela avec un seul flacon laveur, même si le courant gazeux est assez rapide, intégralement l'acide carbonique. De plus, le carbonate de baryte formé se dépose très promptement au fond du barboteur (il suffit à cet effet de suspendre l'aspiration pendant quelques minutes); on peut donc *voir*, et *suivre* en quelque sorte, l'acide carbonique à mesure de sa captation et déjà le doser approximativement ainsi. La simple évaluation

du dépôt de carbonate suffira donc pour nous renseigner sur le degré de viciation de l'atmosphère. Cette première estimation permettra, en tous cas, de choisir le moment où l'on arrêtera l'expérienee, c'est-à-dire où le dépôt formé sera suffisant [1] pour se prêter à un dosage précis. Il est




curieux de noter que des faits aussi simples n'aient pas été, du moins à ma connaissance, plus largement utilisés.

Pour fixer les idées, j'ai constaté qu'avec une aspiration de 2$^{l}$ d'air par heure, 5$^{cm^3}$ d'eau de baryte se troublent fortement :

En 20 minutes, s'il s'agit d'air à 5 pour 10000 de $CO^2$ (air normal);
En 10 minutes, s'il s'agit d'air à 1 pour 1000 (confiné);
En moins de 2 minutes, s'il s'agit d'air à 4 pour 1000 (très insalubre).

---

(1) Sans trop d'excès, c'est-à-dire jusqu'à ce qu'il remplisse le fond ampoulé et jaugé du barboteur.

On obtiendra un dépôt de carbonate convenant pour le dosage précis, au bout des temps suivants :

1 heure, s'il s'agit d'air à 5 pour 10000;
30 minutes, s'il s'agit d'air à 1 pour 1000;
10 minutes, s'il s'agit d'air à 4 pour 1000.

Pour le dosage, on ajoute à ce moment quelques gouttes d'un mélange, à parties égales de solutions alcooliques à 1 pour 100 de phénolphtaléine et d'hélianthine, et l'on titre directement à l'acide nitrique $\frac{N}{4}$ jusqu'aux *deux virages successifs* en maintenant l'aspiration autant qu'il sera nécessaire pour le brassage du liquide.

Le *premier virage* du *rouge au jaune* a lieu au moment où toute la baryte *libre* se trouve neutralisée; le *second virage*, du *jaune au rose*, a lieu lorsque tout le carbonate l'aura été à son tour. Le *volume v* d'acide nitrique $\frac{N}{4}$ nécessaire pour passer d'un virage à l'autre exprime l'acide carbonique, *et lui seul*, à raison de $0^{g},0055$, ou environ $2^{cm^3},80$ d'acide carbonique, par centimètre cube de liqueur nitrique.

*Autres gaz acides.* — Leur dosage à la suite de celui de l'acide carbonique est immédiat, à condition cette fois de connaître l'alcalinité initiale de l'eau de baryte employée. Il suffit alors de retrancher de l'alcalinité disparue celle qui a été définitivement absorbée par l'*acide carbonique*. On vérifie de coup si l'atmosphère contient ou non d'autres gaz acides ([1]).

*Oxyde de carbone.* — M. Armand Gautier, en utilisant la réduction de l'acide iodique par l'oxyde de carbone, pour la recherche des traces de ce gaz, a fait observer que, pour écarter les causes d'erreur, on doit doser l'*iode* et l'*acide carbonique* formés.

A cet effet, il suffit d'adapter, après l'embouchure rodée d'un des flacons laveurs de la rampe, une tubulure en verre coudée contenant de l'acide iodique et pouvant être chauffée électriquement vers +100° au moyen d'nn petit accumulateur (voir figure). Enfin, à l'extrémité libre (et rodée) de la tubulure, on adapte un autre flacon laveur. Dans chacun de ces deux flacons (le n° 1 placé en avant de l'acide iodique, le n° 2 placé en arrière), on a introduit $5^{cm^3}$ d'eau de baryte. L'air aspiré se débarrasse d'abord complètement dans le flacon n° 1 de $CO^2$ qui sera dosé en fin d'expérience. Il

([1]) Un Mémoire détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

traverse ensuite l'acide iodique, puis le flacon n° 2, où la formation soit d'un trouble, soit d'un précipité, sera l'indice révélateur de l'oxyde de carbone. On dosera ensuite le carbonate ainsi formé et, à titre de vérification, l'iode fixé par la baryte [1].

*Autres gaz.* — On constatera l'absence de la plupart d'entre eux, à l'aide de $5^{cm^3}$ d'un mélange de solution de nitrate d'argent $\frac{N}{100}$ et de permanganate $\frac{N}{500}$. Lorsqu'après passage de $2^{l}$ d'air, le liquide reste rose et ne présente pas de trouble, c'est une présomption en faveur de l'absence de gaz nocifs en doses notables. Cette indication devra toutefois être confirmée par des recherches plus précises effectuées à l'aide d'une série de laveurs de rechange avec les réactifs absorbeurs appropriés.

J'espère que cet appareil portatif, qui constitue une notable simplification de l'outillage nécessaire en matière d'expertise et me rend fréquemment d'utiles services, pourra contribuer au progrès général en matière de toxicologie appliquée à l'hygiène industrielle.

M. Delauney adresse un *Essai sur les satellites*.

(Renvoi à l'examen de M. G. Bigourdan.)

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

---

[1] La baryte du flacon n° 1 devra être renouvelée en cours d'expérience, autant qu'il sera nécessaire.

## *ERRATA.*

—

(Séance du 24 mars 1919.)

Note de M. *Ph. Glangeaud*, Le groupe volcanique Banne d'Ordanche, Puy-Loup, Puy-Gros, du massif des Monts-Dore :

Page 620, ligne 23, *au lieu de* colonne, *lire* colonnade.

(Séance du 7 avril 1919.)

Note de M. *Ph. Glangeaud*, Le groupe volcanique de l'Aiguiller (Monts-Dore) :

Page 733, ligne 6 en remontant, *au lieu de* Sur le flanc, *lire* Sur les flancs.
Page 734, ligne 5 en remontant, *au lieu de* territoire volcanique (glaciaire), *lire* territoire vulcano-glaciaire.

Note de M. *Gabriel Bertrand*, Sur la haute toxicité de la chloropicrine vis-à-vis de certains animaux inférieurs, etc. :

Page 743, ligne 6 en remontant, *au lieu de* verticelles, *lire* vorticelles.
Page 744, ligne 2, *au lieu de* selles, *lire* sols.

(Séance du 5 mai 1919.)

Note de MM. *A. Lacroix* et *A. de Gramont*, Sur la présence du bore dans quelques silico-aluminates basiques naturels :

Page 858, ligne 2, *au lieu de* 3415,2, *lire* 3451,2.